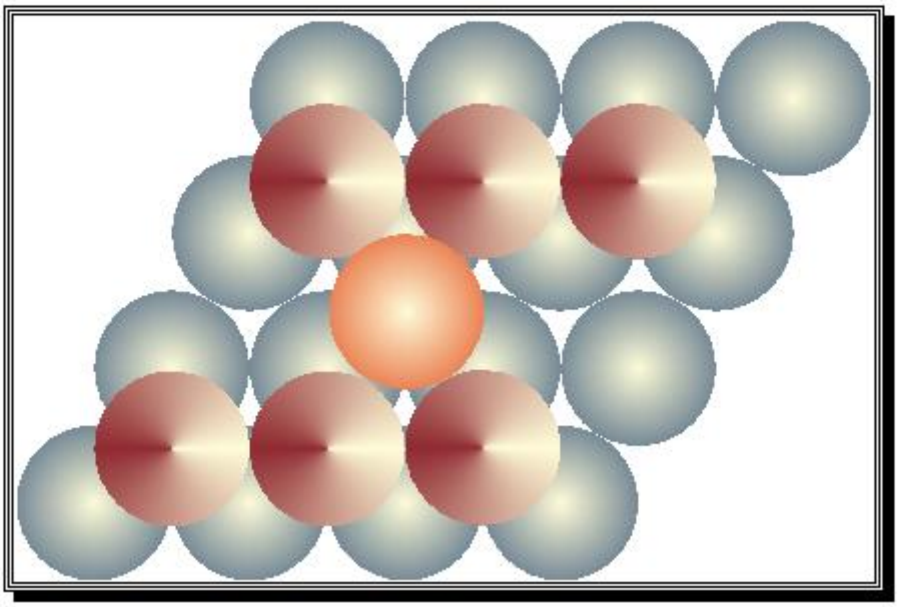
Peter Hammer 23. IV 23
chaosachso21@gmail.com

was passiert



wenn mehr als d r

A L L E R L ma Thema tisieren

Peter Hammer	chaosachso21@gmail.com
Armin Widmer	widmer.ar@bluewin.ch
Felix Huber	felix.68@gmx.ch
Peter Hohler	phohler@yahoo.com

Rätsel des Monats $\quad 23 + \sqrt{4} - 2 + 0 = 23$

ver – rückt

Idee **Peter Hohler , Stefan Koch und Peter Hammer**

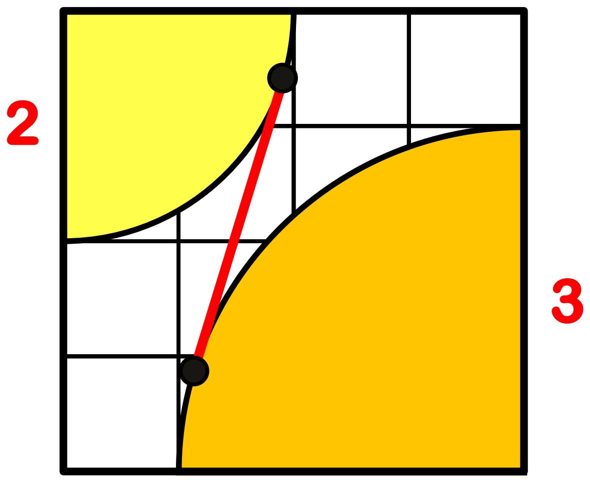
«Der April macht, was er will», heisst es, und wir versuchen, dies zu beweisen.

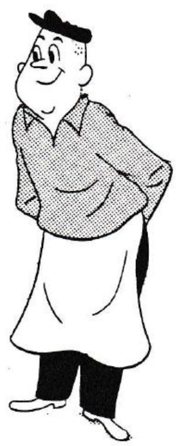
$$\left(2^1 + 0^1 + 2^1 + 3^1\right)^1 \cdot \left(2^2 + 0^2 + 2^2 + 3^2\right)^2 = 2023$$

Die **«ver – rückte»** Jahreszahl-Fügung **7 x 17 x 17** = **2023** hat sich flugs im Netz verbreitet. Einen kreativen Blickwinkel verdanken wir **Holger Dambach** in der Zeitschrift «der Spiegel» unter der Rubrik «Rätsel der Woche» !

www.spiegel.de/karriere/raetsel-der-woche-ist-2023-ein-besonderes-jahr-a-71e663bd-c689-4071-b7f3-7d3ddb86bdd3

Setzen wir diese Zahlen-Spielerei plastisch um, so finden wir ebenfalls die Jahreszahl **2023** auf einem Viertel eines Schachbretts.





Frage **Wie kommt durch die Berechnung des Abstands der Berührungspunkte der gemeinsamen Tangente auf ver – rückte ART die Jahreszahl 2023 zum Vorschein ?**

Wie speichern wir flugs **23** Stellen der Eulerschen Zahl **e** hinter dem Komma ? Richtig – wir akzentuieren den Start (2) und der Rest wird sich ergeben.

e = **2.718 281 828 459 045 235 360 28** **28 18 28 18 28 45 90 45 23 5 360 28**

Durch die Bildung von Zweier-Gruppen spielt das «Dezett» **28-18-28-18-28** mit einem Fehlerchen an der zweiten Stelle die erste Geige. Es folgt der rechte Winkel flankiert von zwei Winkelhalbierendem (**45°-90°-45°**). Die **23** mit der Quersumme **5** darf natürlich nicht fehlen (**2-3-5**) und schliesst den Kreis (**360°**). Was falsch beginnt (28 anstatt **27**), endet richtig (**28**) !

Und wie merken wir uns 70'030 Nachkommastellen der Kreiszahl **Pi** (3.14 …) ? Ganz einfach – wir fragen den Inder Suresh Kumar Sharma, der am 21. Oktober 2015 in 17 Stunden und 14 Minuten den Weltrekord im «Pi-Sport» aufstellte !

https://de.wikipedia.org/wiki/Pi-Sport

Um herauszufinden, wer in der Höhe brilliert – der e-Typ **2** oder der PI-Typ **3** – brauchen wir allerdings ein tieferes, mathematisches Verständnis.

Frage **Wie lässt sich ohne Hilfsmittel beweisen, dass e hoch Pi grösser ist als Pi hoch e ?** **(e ^ Pi > Pi ^ e)**

Wo anders als im Facebook, zum Beispiel in der Rubrik «Matherätsel», lassen sich regelmässig leicht «ver-rückte» Zahlenspielereien finden. So servierte uns **Stefan Koch (D)** eine «elfträchtige» Suche nach dem x-Wert.

$\mathbf{11_2 \wedge 11_2 = 11_x}$ mit der Idee $3\wedge 3 = 11_{26}$

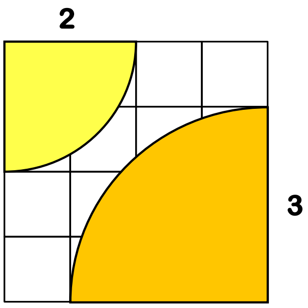
Auf die berechtigte Kritik, da fehlt die Zahl **23** , hat Stefan das Zahlen-Süppchen ausgerechnet am **1. April** gewürzt ge**koch**t :

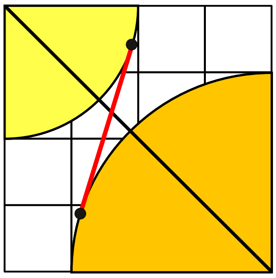
$$23 + 23 = x_{23}$$

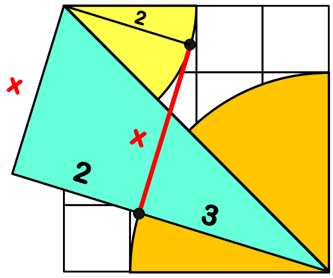
Frage **Wie gross ist x in der Gleichung** $23 + 23 = x_{23}$ **?**

Gibt es analoge Varianten, bei denen im Ergebnis die Jahreszahl 2023 auf beiden Seiten einer Gleichung steht ?

Lösungen **Rätsel des Monats** $23 + \sqrt{4} - 2 + 0 = 23$



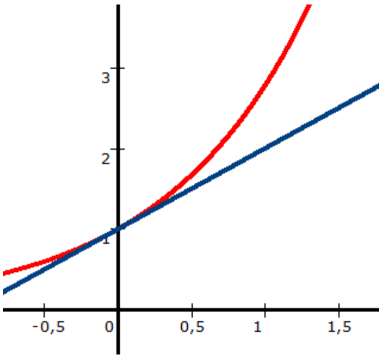




$d^2 = \left(4 \cdot \sqrt{2}\right)^2 - 5^2$, $d^2 = 32 - 25 = 7$, $d = \sqrt{2 + 0 + 2 + 3}$

$$e^{\pi} > \pi^{e}$$

Die Gerade y = x + 1 (blau) berührt die Kurve e^x (rot) im Punkt (0 | 1) und weil $y = e^x$ konvex ist, gilt: $e^x > x + 1$ für $x \neq 0$.



Setzen wir $x = \frac{\pi}{e} - 1$, so erhalten wir $e^{\frac{\pi}{e} - 1} > \frac{\pi}{e}$

Multiplizieren wir beide Seiten mit e und potenzieren anschliessend beide Seiten mit e, so folgt unmittelbar $e^{\pi} > \pi^{e}$.

Honsberger , Mathematical Morsels , Dolciani mathematical exposure, USA 1978 (Problem 23 + 3)

Zusatzfrage **Welche natürliche Zahl liegt zwischen π^e und e^{π} ?**

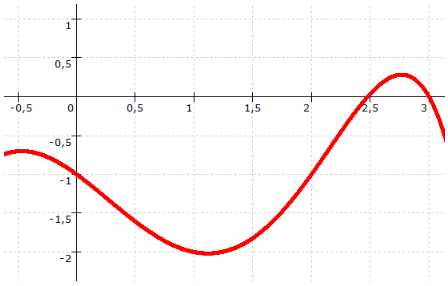
ein «verspielter», überprüfenswerter Ansatz

Wir analysieren die Funktion $y = x^3 - 3^x$ im Intervall [2 , 3] und stellen fest, dass die Funktion für x = 2 negativ ist und fragen uns, ab wann die Funktion positiv sein wird. Hierzu untersuchen wir (ohne TR !) vorerst den Fall x = 2.5 .

$$25^3 = 25 \cdot 25 \cdot 5 \cdot 5 = 625 \cdot 5 \cdot 5 = 3'125 \cdot 5 = 15'625 \;\Rightarrow\; 2.5^3 = 15.625 = a$$

$$3^{2.5} = \sqrt{3^5} = 9 \cdot \sqrt{3} = b \;\;;\;\; a^2 > b^2 (= 243) \;\Rightarrow\; a > b$$

$$a^2 > \left(\frac{78}{5}\right)^2 = \frac{6'084}{25} > 243 \quad , \quad 243 \cdot 25 = 6'075 < 6'084$$



$y = x^3 - 3^x$

Für die Grösse e (anstatt 2.5) lässt sich aufgrund der Eigenschaft der stetigen Funktion $y = x^3 - 3^x$ (konkav im Intervall [2.5 ; 3]) ableiten, dass die Differenz von e^3 und 3^e positiv ist. Wenn wir abschliessend 3 durch π ersetzen , so wird sich die Beziehung (>) nicht ändern und somit gilt $\mathbf{e^{\pi} > \pi^{e}}$.

$$23 + 23 = 46 = 20_{23}$$

«doppelt genäht hält besser» $\quad (20 \cdot 2 + 3) + (2 + 0 - 2 + 3) = 20_{23}$

$(2+0) \cdot 23 = 2.0 \cdot 23 = 20_{23} \qquad 20 \cdot (-2+3) = 202_3$