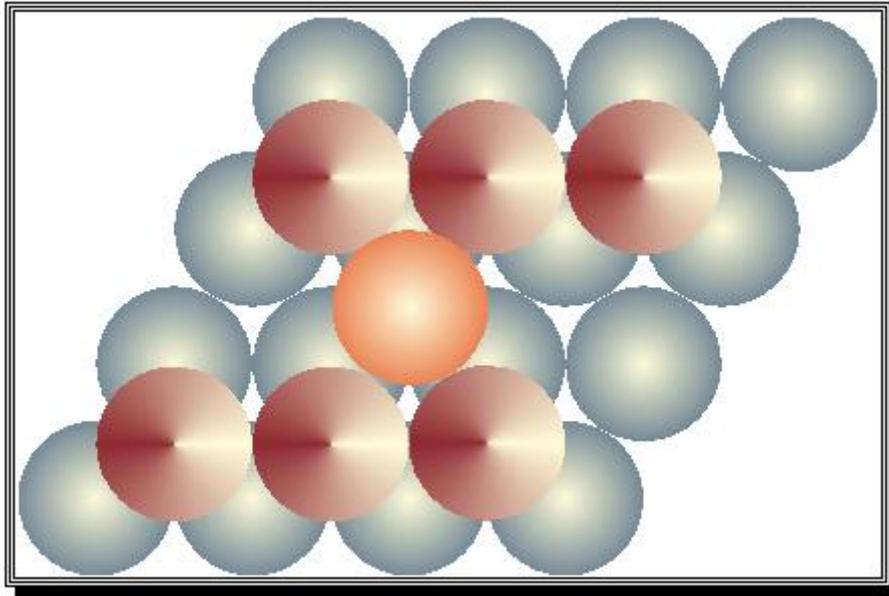


was passiert



wenn mehr als d r 🍳

ALLERL 🍳 ma Thema tisieren

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber felix.68@gmx.ch

Peter Hohler phohler@yahoo.com

Rätsel des Monats $23 \cdot 1 + 2 - 2 + 0 = 23$

wahrscheinlich wahr

Idee **Felix Huber , Hans Widmer und Peter Hammer**

Wahrscheinlich ist die folgende Geschichte **wahr**: In einem Kurs zum Thema «mathematische Spielereien» offeriert der Referent folgende, einseitige Wette: «Ich werfe **23 Münzen** auf den Boden und behaupte, nicht alle Münzen werden Kopf anzeigen. Wer dagegen wettet und gewinnt, wird mit **2'300 Franken** belohnt. Beachtenswert ist allerdings der aufwendige Wett-Einsatz. Wer wetten will, muss sämtliche **23 Münzen** vom Boden auflesen.»



Vor der Kaffeepause wollte sich niemand auf dieses Abenteuer einlassen, denn das gewiefte Publikum wusste, dass eine Chance von **1 : 8'388'608** gegen null konvergiert. Nach der Pause meldete sich jedoch völlig überraschend eine Lehrperson aus der hintersten Reihe. Die Motivation: Er benutzte die Kaffeepause, um – vorübergehend allein im Raum – alle Münzen, die Zahl anzeigen, umzudrehen. Übrigens, damals in den 80-er Jahren basierte dieses Experiment mit den **23 Münzen** auf dem Schweizer Lotto «6 aus 45» und diente dazu, die Chance von **1 : 8'145'060** zu hinterfragen.

Einschub: Hätte das damalige Lotto-Motto «7 aus 36» gelautet, so hätte sich die Abweichung zum Wurf-Experiment von 243'548 passender auf 40'828 verkleinert. Wir ahnen es, die Summe der Ziffern von 40'828 führt zur **Zahl 23**.

Lotto spielen, lieber nicht ! Wetten, ja gerne – wenn mathematisches Abschätzen im Spiel ist. Die Zahl **2023!** besteht aus 5'812 Ziffern und endet mit 503 Nullen !

Frage **Macht es aus mathematischer Sicht Sinn, bei einer 1:1 Wette darauf zu tippen, dass im Resultat von 2023 ! die Zahl 2023 auftaucht ?**

Darin sind wir uns einig. Es war ein fantastisches Jahr, aber leider nur im mathematischen Sinn ! Da stellt sich die Frage, wie lange wir warten müssen, bis das Produkt und die Summe erneut auf diese Weise harmonieren werden.

$$7 \times 17 \times 17 = 2023$$

$$7 + 1 + 7 + 1 + 7 = 23$$

Frage Wie lässt sich mit einer Prise Fantasie und einer leicht ver-rückten Verspieltheit im Jahr 2024 ebenfalls eine Symbiose zwischen dem Produkt und der Summe herstellen ?

Wer? Was? Wie? Warum? Woher? Weshalb? W ... ?

Germanisten und «Phoneten» wissen, warum Fragewörter mit **W** beginnen !

Warum Hans **W**idmer – nicht zu verwechseln mit unserem Analytiker Armin **W**idmer – einen Satz mit **23 Wörtern**, die alle mit **W** beginnen, für uns kreiert hat, haben wir nicht recherchiert ? Warum ? Weil wir wissen, dass **W** wahrhaft der **23. Buchstabe** im Alphabet ist und dass **wahrscheinlich** Hans **W**idmer ...

«**We**isse, **we**ihnächtliche **W**interwelt, **w**o **w**ogende **W**eiden **w**anken, **w**ürfelt **W**idmer **w**ahrlich **w**eise **W**orte, **w**ohlwissend, **w**ie **w**ichtig **W**ortgewalt **w**erden **w**ird, **w**enn **W**ahn **W**ahrheit **w**egfegen **w**ill !»

Es ist bereits Tradition: Der Schlusspunkt unserer denk-würdigen (oder eher merk-würdigen ?) **Jahres-Serie** darf **Felix Huber** setzen.

Wird mehr als eine Lösung gesucht, so lassen wir uns mit «**W**ohl-Lust» eine Variante servieren, schliesslich ist morgen **W**eihnachten. Zum Beispiel suchen wir das Zahlentripel **35** , **4** , **- 4** , womit die Summe **20 + 23** auf unserem Gabentisch landet. Zudem ist das Tripel **wahrscheinlich** in einer quadratischen Gleichung verpackt.

$$35 x^2 + 4 x - 4 = 0 \quad ; \quad x_1 = -\frac{2}{5} \quad , \quad x_2 = \frac{2}{7} \quad ; \quad x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$$

Frage Wie viele quadratischen Gleichungen, die folgende Eigenschaften erfüllen, gibt es ?

- $ax^2 + bx + c = 0 \quad ; \quad |a| + |b| + |c| = 20 + 23$
- $a, b, c \in \mathbb{Z} \quad ; \quad \text{ggt}(a, b, c) = 1 \quad ; \quad x_1 \neq x_2$
- $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$



Lösungen Rätsel des Monats $23 \cdot 1 + 2 - 2 + 0 = 23$

Die denkwürdige und anspruchsvolle Frage, wie gross die Chance beträgt, in der Zahl 2023! die Jahreszahl 2023 vorzufinden, erweist sich als idealen Einstieg in die Wahrscheinlichkeits-Theorie mittels Würfeln und kleinen Zahlen.

Können wir bei viermaligen Würfeln darauf wetten, dass die Sechs zumindest einmal auftauchen wird ? Die Spielerei mit der Gegen-Wahrscheinlichkeit führt zu einer einfachen Kopfrechnung und bestätigt, dass ab vier Würfeln, die Chance, mindestens einen Sechser zu würfeln, die 50%-Hürde überspringen wird.

Wir starten mit der Gegen-Wahrscheinlichkeit von 5:6 beim ersten Wurf und erreichen über 25:36 und 125:216 bereits im vierten Anlauf das Ziel 625:1'296. Weil 625 die Hälfte von 1'296 nicht erreicht, ist die Chance zu scheitern kleiner als 50% !

Anzahl	ungünstig	Chance	Prozent
1	5 / 6	1 / 6	16.67 %
2	25 / 36	11 / 36	30.56 %
3	125 / 216	91 / 216	42.13 %
4	625 / 1'296	671 / 1'296	51.77 %

Anzahl	ungünstig	Chance	Prozent
1	9 / 10	1 / 10	10 %
2	81 / 100	19 / 100	19 %
6	531'441 / 1'000'000	468'559 / 1'000'000	46.86 %
7	4'782'969 / 10'000'000	5'217'031 / 10'000'000	52.17 %

Lassen wir durch einen Zufalls-Generator Ziffern von 0 bis 9 auftischen, so braucht es mit der erstrebenswerten Sechs vor Augen sieben Anläufe, um die 50%-Marke zu übersteigen. Wir starten mit 1:10, 19:100 und landen bei einer Chance von 52.17% bei 7 Ziehungen.

Der nächste Schritt liegt auf der Hand. Wir bitten KI, Zahlen, zufällig bestimmt und kleiner als 100, am laufenden Band auszuwählen. Erneut ist unser Ziel, eine Sechs vorzufinden. Zu unserer freudigen Überraschung taucht bei der erstrebenswerten 50%-Marke die **23**, die sich von uns verabschieden will, auf. Erst nach 69, respektive dreimal **23** Ziehungen, befinden wir uns auf der Sonnenseite !

Anzahl	1	2	3	4	5
Prozent	1.00 %	1.99 %	2.97 %	3.94 %	4.90 %

68	3 x 23
49.51 %	50.02 %

Nehmen wir die Zahl 2023! unter die Lupe, so stellen wir vorerst trocken fest, dass diese Zahl mit 5'812 Ziffern und 503 Nullen am Schluss zwar gewaltig ist, aber für unsere Wette zu klein. Es ist deshalb eine kleine Überraschung, dass 2023 dennoch auftaucht. Um dies im Netz zu überprüfen, anbietet sich folgende Adresse:

<https://de.numberempire.com/factorialcalculator.php>

Da es, 10'000 vierstellige Zahlen gibt – wenn wir 0001 zulassen – wird aufgrund der vorangehenden Ergebnisse sofort klar, dass weniger als 6'000 Ziffern nicht ausreichen, die 50% - Chance zu erreichen.

Mit oder ohne «Murks» lässt sich gemäss **Armin Widmer** die Chance auf unter 45% eingrenzen. Das heisst, wir haben etwas Glück, wenn die Zahl **2023** in **2023!** auftaucht. Detaillierte Ausführungen werden wir auf Wunsch gern zustellen.

Fakultät	2020	2021	2022	2023	2024	5808
Statistik	40.3 %	40.7 %	40.7 %	41.1 %	41.2 %	50.2 %
Heuristik	44.5 %	44.5 %	44.5 %	44.5 %	44.6 %	53.1 %

$$8 \cdot 11 \cdot 23 = 2'024$$

$$8 + 11 + 2 + 3 = 24$$

Zur Erinnerung: Wir suchen quadratische Gleichung mit folgenden Eigenschaften !

- $ax^2 + bx + c = 0$; $|a| + |b| + |c| = 20 + 23$
- $a, b, c \in \mathbb{Z}$; $\text{ggT}(a, b, c) = 1$; $x_1 \neq x_2$
- $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$

Durch einfache Umformungen erhalten wir: $c = -b$ und $b \cdot (b + 4a) > 0$

Wie könnte es anders sein, aus diesen Bedingungen ergeben sich **23 Lösungen** !

(a = 41 , b = 1 , c = - 1) , (39 , 2 , - 2) , (37 , 3 , - 3) , (35 , 4 , - 4) , (33 , 5 , - 5)
 (31 , 6 , - 6) , (29 , 7 , - 7) , (27 , 8 , - 8) , (25 , 9 , - 9) , (23 , 10 , - 10)
 (21 , 11 , - 11) , (19 , 12 , - 12) , (17 , 13 , - 13) , (15 , 14 , - 14) , (13 , 15 , - 15)
 (11 , 16 , - 16) , (9 , 17 , - 17) , (7 , 18 , - 18) , (5 , 19 , - 19) , (3 , 20 , - 20)
 (1 , 21 , - 21) , (- 1 , 21 , - 21) , (- 3 , 20 , - 20)