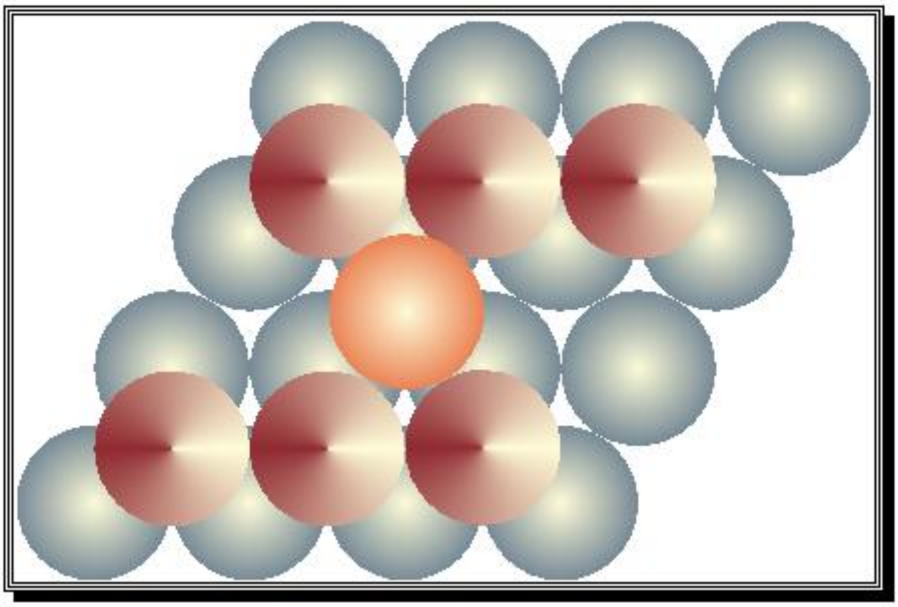
Peter Hammer 23. II 23
chaosachso21@gmail.com

was passiert



wenn mehr als d r

A L L E R L ma Thema tisieren

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

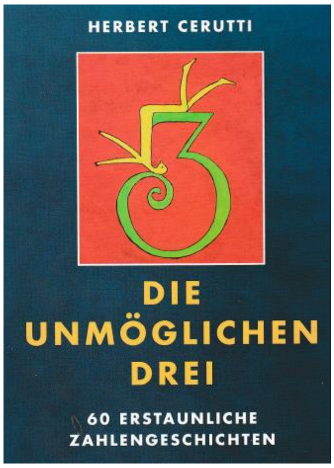
Felix Huber felix.68@gmx.ch

Peter Hohler phohler@yahoo.com

Rätsel des Monats **23 + 2 – 2+0 = 23**

(un) möglich

Idee **Armin Widmer , Herbert Cerutti und Peter Hammer**



Ist es möglich, dass es unmöglich ist, auf drei zu zählen ? Schenken wir **Herbert Cerutti** (Maseltrangen / CH) Glauben, gab es zumindest vor rund **23 Jahren**, als das Buch «**DIE UNMÖGLICHEN DREI**» erschien, Völker, die so zählten: «eins – zwei – viel» !

Es gibt weitaus mehr als **23 Quellen** , die dies bestätigen. Ein eindrückliches Beispiel ist das Volk Pirahã, die im Amazonasgebiet zu finden sind. Gemäss dem amerikanischen Sprachwissenschaftler Daniel Leonard Everett existieren bei den Pirahãs nur zwei «zahlentheoretische» Begriffe – «wenig» und «viel» !

Hierzu stellt sich allerdings die Frage, ob ein Schwarm, der aus **23 Piranhas** besteht, bei den Pirahãs eher der Menge «wenig» oder «viel» zu zuordnen ist.

https://de.wikipedia.org/wiki/Pirah%C3%A3

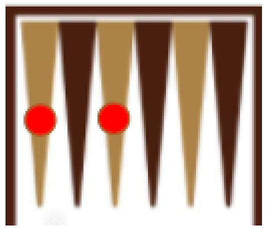
Unter Ceruttis 60 erstaunlichen Zahlen-Geschichten (ISBN 3 858**23** 878 3), die sehr originell umgesetzt sind, die Eine auszuwählen, erweist sich aus unserer Sicht ebenso schwierig wie im Leben … ! Wir haben uns für einen möglichen Tanz bei den Pirahãs entschieden und reduzieren alles auf zwei Zeichen «null und eins». Zudem erlauben wir uns, nur **23 Zeichen** (im Buch sind es 120 Zeichen) zu servieren.

Variante A 1 , 1 , 0 , 1 , 0 , 1 , 1 , 0 , 0 , 1 , 0 , 1 , 0 , 1 , 0 , 0 , 1 , 0 , 1 , 1 , 0 , 1 , 0

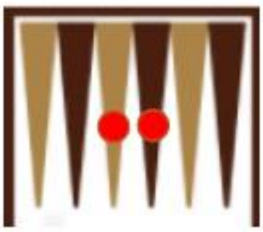
Variante B 0 , 1 , 1 , 1 , 0 , 1 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 , 0 , 1 , 0 , 1 , 1 , 0 , 1 , 1 , 0 , 1 , 0

Frage **Eine der beiden Varianten wurde spontan notiert, eine Variante entsprach einem 23-maligen Münzenwurf «Kopf (0) oder Zahl (1)». Welche der beiden Varianten entspricht eher dem Münzenwurf ?**

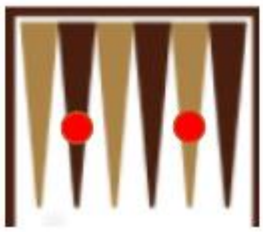
Frage **Wie gross ist bei 23 Zeichen (0 und 1) die Chance, keine Sequenz mit mehr als zwei gleichen Zeichen hintereinander zu finden ?**



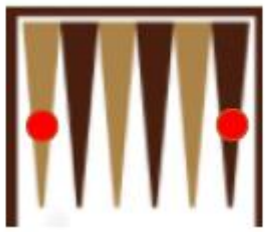
Ist es möglich, dass es unmöglich ist, beim Backgammon in der Endphase der **Zahl 23** zu begegnen ? Vor zwei Jahren – im Jahr 21 – würfelten wir 2 und 1 und überlegten uns, ob wir die drei Schritte getrennt mit je einem Stein oder mit beiden Steinen ausführen wollen. Übrigens – hätten wir einen Pasch gewürfelt, zum Beispiel 3 / 3 , so hätten wir flugs mit viermal drei Schritten in unser Haus (rechts) das Duell gewonnen. So aber – mit dem Wurf 2 / 1 – spielt das Backgammon eine seiner Qualitäten aus, es bleibt bis zum letzten Wurf spannend !



Variante A



Variante B



Variante C

Analysieren wir die Variante A, so stellen wir fest, dass 17 der 36 Bilder günstig sind, um das Spiel im nächsten Zug abzuschliessen !

Welche der drei Varianten A , B oder C ist aus mathematischer Sicht erstrebenswert und gleicht nunmehr einem Kinderspiel !

1 / 1	**2 / 1**	**3 / 1**	**4 / 1**	**5 / 1**	**6 / 1**
1 / 2	**2 / 2**	**3 / 2**	**4 / 2**	**5 / 2**	**6 / 2**
1 / 3	**2 / 3**	**3 / 3**	**4 / 3**	**5 / 3**	**6 / 3**
1 / 4	**2 / 4**	**3 / 4**	**4 / 4**	**5 / 4**	**6 / 4**
1 / 5	**2 / 5**	**3 / 5**	**4 / 5**	**5 / 5**	**6 / 5**
1 / 6	**2 / 6**	**3 / 6**	**4 / 6**	**5 / 6**	**6 / 6**

Frage **Ist es möglich, die beiden roten Steine so zu platzieren, dass die Chance, das Spiel zu beenden, 23 : 36 beträgt ?**

23:23 h

Zu später Stunde – konkret um **23:23** Uhr – kam uns in den Sinn, dass es einer Umordnung bedarf, um die Zahl **23** herauszufischen. Deshalb stellten wir unseren Wecker auf **22:33 Uhr** und landeten einen ersten Versuch, der gleich vom Erfolg gekrönt war !

Frage **Wie lässt sich mit der Reihenfolge 2 2 3 3 die Zahl 23 bilden ?**

Lösungen Rätsel des Monats $23 + 2 - 2 + 0 = 23$

Vorweg Der Autor – **Herbert Cerutti** – hat noch ein paar Exemplare des nicht mehr erhältlichen Buches «DIE UNMÖGLICHEN DREI» und verkauft es zum Vorzugspreis von 15 Franken (anstatt 32 Franken). herbert@cerutti.info

Die Lösungssuche führt zur Folge 0 , 0 , 2 , 6 , 16 , 38 , … , **8'295'872** , …

OEIS A167821 https://oeis.org/search?q=0,0,2,6,16,38

Als attraktiv erweist sich die Verknüpfung mit den Fibonacci-Zahlen F_n !

F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7
1	1	2	3	5	8	13

F_{24}
46'368

Zauberformel $a_n = 2^n - 2 \cdot F_{n+1}$; **Anzahl Möglichkeiten: 2^n**

n	1	2	3	4	5	6
2^n	2	4	8	16	32	64
F_{n+1}	1	2	3	5	8	13
a_n	0	0	2	6	16	38

23
8'388'608
F_{24} = 46'368
8'295'872

$$\frac{8'295'872}{8'388'608} = \frac{129'623}{131'072} \approx 98.8945\%$$

by the way $1+2+9+6+2+3 = 23$

Die Chance für maximal zwei gleiche Ziffern hintereinander beträgt somit

$100\% - 98.8945\% \approx 1.1055\%$ **bei 23 Versuchen 22.5611% ≈ 23%**

Verständnis zur Entstehung der «**Zauberformel**» verschafft uns **Armin Widmer** !
OEIS: **O**HNE **E**IGENE **I**DEEN **S**UCHEN ist natürlich stets ein pragmatischer Ansatz, und er führt in diesem Fall auch zum Ziel. Ob sich allerdings dies als mathematische «Zuckerwatte» entpuppt, wagen wir zu bezweifeln. Die Verknüpfung mit den **Fibonacci-Zahlen** ist zwar hübsch, aber erkennen wir wirklich die Entstehung, wenn wir uns auf den **A**(NSATZ) **167821** abstützen ?

Statt die Nicht-Treffer – Sequenzen der Länge grösser als zwei – zu zählen, was zu A167821 führt, können wir vorteilhaft die Treffer direkt zählen. Aus unserer Sicht lassen sich bei diesem Problem Treffer leichter zählen als Nicht-Treffer.

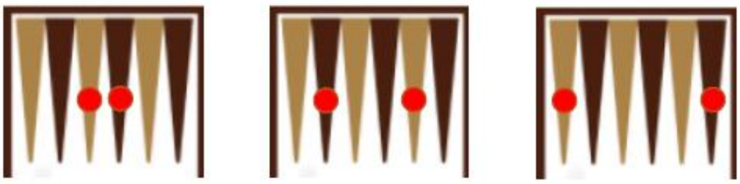
b_1: 0,1 (2) ; b_2: 00,01,10,11 (4) ; $b_3 = b_1 + b_2$; $b_n = b_{n-2} + b_{n-1}$ (n>2)

n	1	2	3	4	5	6
b_n	2	4	6	10	16	26

23
92’736

Die Zeichenketten der Länge n lassen sich erzeugen, indem wir die Ketten der Länge n-1 durch ein komplementäres Zeichen verlängern. Das heisst auf 0 folgt 1 und auf 1 folgt 0. Bei den Ketten der Länge n-2 ergänzen wir zweimal das Kompliment des letzten Zeichens – auf 0 folgt 11 und auf 1 folgt 00.

Somit wird klar : $b_n = 2 \cdot F_{n+1}$ und $a_n = 2^n - 2F_{n+1}$



Es ist wie bei einer Ehe ! Allzu eng beieinander (Steine 3-4 ; Chance **17** : 36) und allzu weit entfernt (1-6 / **15** : 36) ist nicht optimal ! Eine bessere Ausgangslage mit mehr als 50% (**19**:36) haben wir, wenn die Steine auf den Balken 2 und 5 liegen.

Schieben wir beim Optimum den Stein auf dem Balken 2 eins nach rechts zur Stellung 5-1 (**Bild**), so erhalten wir wunschgemäss eine Chance von **23** : 36. Der Vergleich bedarf keiner Tabelle. Zur Variante 5-2 kommen die vier Gewinn-Würfe 1/5 , 5/1 sowie 1/6 und 6/1 hinzu !

Bei der Zahlen-Spielerei mit zwei Zweiern und drei Dreiern gibt es nahezu **23** Lösungen. Bemerkenswert erscheint uns vor allem das Quadrat-Kubik-Delta !

$$\left|2^2 - 3^3\right| = 23 \quad ; \quad (2+2)! - 3/3 = 23 \quad ; \quad 22 + 3/3 = 23$$