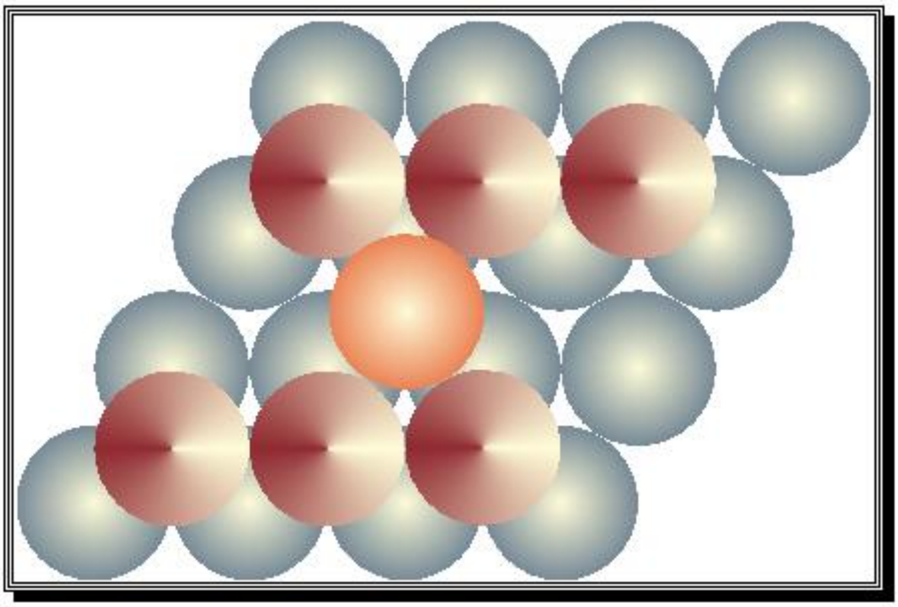
Peter Hammer 23. VI 23
chaosachso21@gmail.com

was passiert



wenn mehr als d r

A L L E R L ma Thema tisieren

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber felix.68@gmx.ch

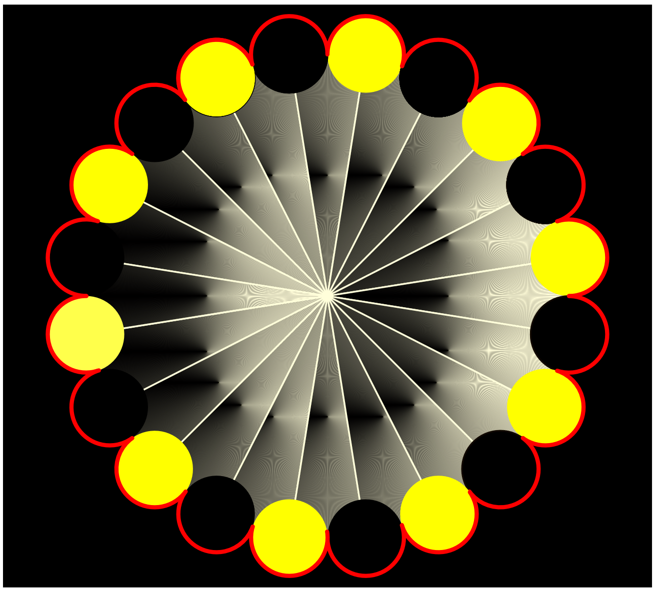
Peter Hohler phohler@yahoo.com

Rätsel des Monats $2 \cdot (3! + 6) - 2^0 = 23$

(un) SICHT – bar

Idee **Rolf Knobel , W. Wunderle und Peter Hammer**

Das muss erfunden sein – ist es aber nicht ! Vielmehr gibt es offensichtlich zumindest **zwei** bis **drei** «be-**Geist**-erte» Follower unserer **23-er** Rätsel-Serie, wie die Abbildung eindrücklich andeutet. Per E-Mail haben wir dieses denkwürdige Konstrukt ohne jeglichen Kommentar erhalten. Indes lässt der Künstlername **W. W**underle keinen Zweifel offen. **W**ie **w**ir **w**issen, ist **W** der **23. Buchstabe** im Alphabet und weist darauf hin, dass im Bild auf verspielte Weise die Zahl **2023** **sicht – BAR** wird !

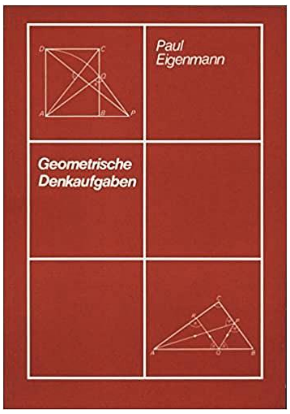


W. Wunderle 2023

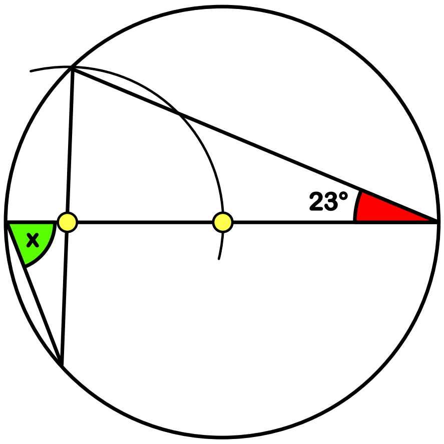
«Die Kunst gibt nicht das Sichtbare wieder, sondern **macht sichtbar**!». Um **Paul Klees** berühmten Satz (19**20**) zu bestätigen, entdecken wir nicht nur **20** Kreise, sondern nehmen auch an, dass sich die Radien der Kreise mit der Zahl **23** liieren.

Frage **Wie gross ist der rot umrandete Flächeninhalt inklusive Innenteil, der durch 20 gleich grosse, sich berührende Kreise mit dem Radius 23 begrenzt wird ?**

Wer bereit ist, mehr als 1**23** Franken oder Euros für die «geometrischen Denkaufgaben» von Paul Eigenmann (1981, Paul Klettverlag) – ein «kostspieliges» Büchlein mit nur 61 Seiten – auf den Tisch zu legen, macht aus unserer Sicht einen guten Deal ! Die 296 Aufgaben gehören nun einmal in jede «kreative» Schublade von Lehrpersonen. Allerdings ist die **Zahl 23** – abgesehen von der Seitenzahl – nicht einmal verschwommen **sichtbar**.



Wer jedoch den Spielraum des kunstvollen Gedankens «**macht sichtbar**» auslotet, und sich erlaubt, den **roten Winkel** bei der Aufgabe Nummer 21 leicht zu verändern, drückt auch diesem Meisterwerk den **23° Grad** – Stempel auf.



Frage

Der rot gefärbte Winkel misst 23° !

Wie gross ist der grün gefärbte Winkel x ?

Heutzutage ist es schlechthin unvorstellbar ! Ich öffne den Briefkasten und finde ein Couvert mit einem einzigen Schachzug. Diese Situation – des Öftern sogar spannender als ein Tatort-Krimi – kennt der Zuger Physiker **Rolf Knobel** zu gut. Sein Glanzstück – bester Spieler am 1. Brett beim Finale der 12. Fernschach-Olympiade, die sechs Jahre dauerte – liegt erst rund **23 Jahre** zurück. Wer nächtelang versucht, den besten Schachzug zu ermitteln, ist prädestiniert, in die Rolle eines «**Knobelix**» zu schlüpfen. Beim Entwicklungs-Ingenieur im Bereich «Diagnostics» ist dies jeweils ein rätselhaftes Jahreszahl-Potpourri für seinen Freundeskreis. **Unsichtbar** darf die Herkunft nicht sein. Die Quelle wird jeweils aufgelistet. Hierzu ein typisches Beispiel, bei dem es sich wirklich lohnt, vorerst einmal zumindest **23 Minuten** zu **knobeln** !

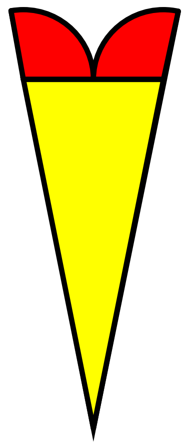
Frage **Welche natürlichen Zahlen (m , n) erfüllen die 2023-er Gleichung ?**

$$\sqrt{m} + \sqrt{n} = \sqrt{2023}$$

Lösungen Rätsel des Monats $2 \cdot (3! + 6) - 2^0 = 23$

Wir nennen es rück-**Sicht**-s-voll «**ART** ifical», denn in der Tat werden bei allen drei Aufgaben die **Zahl 23** aus dem Trüben gefischt ! Anstatt die **23** zu zentrieren, könnte es beispielsweise problemlos die weihnächtliche 24 sein. Immerhin gibt es an der Attraktivität der Aufgaben nichts zu rütteln. Zudem wollen wir unsere «Lieferanten» – insbesondere W. Wunderle – für ihre kreative Denk-Weise indirekt belohnen.

Bei dieser «Doppel-Kugel-Glace» stechen nebst dem **Radius 23** der Sektoren vor allem die zahlenmässig gespiegelten Winkel (18° / 81°) im gleichschenkligen Dreieck ins Auge (81° + 18° + 81° = 180°). Zudem ist die Summe der Winkel der beiden Sektoren passend 180°+18° !



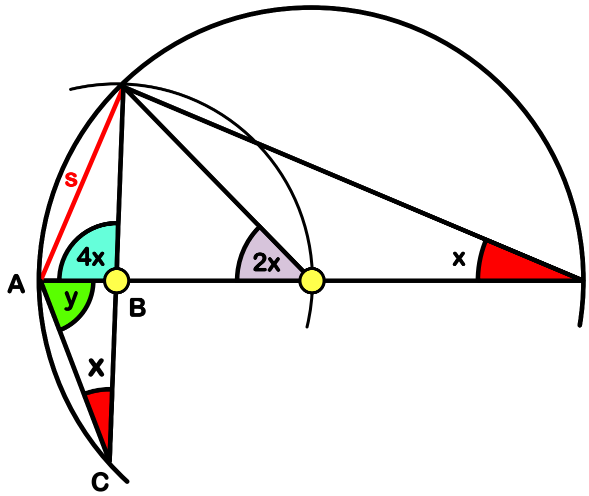
Schliesslich beträgt die gesamte Flächeninhalt gerundet **85'080**, womit sich definitiv die Suche nach der **23** (abgesehen vom Radius) in Luft auflöst ! Oder doch nicht ?

Nehmen wir einen kleinen Rollentausch vor – **23 Kreise** (anstatt 20 Kreise) und einen Radius von 20 (anstatt **23**) – so verkleinert sich der gerundete Flächeninhalt auf **82'643**, womit wenigstens deren Quersumme zur **Zahl 23** führt !

n	r	α	β	A_{Dreieck}	ε (Sektor)	A_{Sektor}	total
20	23	81°	18°	3'339.97	198°	914.14	≈ 85’080
23	20	82.17°	15.65°	2'910.22	195.7°	682.95	≈ 82’643

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{r^2}{\tan(360° : 2n)} = \frac{23^2}{\tan(9°)} \approx 3'339.97$$

$$A_{\text{Sektor}} = \frac{\varepsilon \cdot r^2 \pi}{360°} = \frac{198° \cdot 23^2 \pi}{360°} \approx 914.05$$



Wer die beiden gleich grossen Peripherie-Winkel **x** entdeckt, schüttelt bereits ein Ass aus dem Ärmel. Der «trio-logisch» angewandte Aussenwinkel-Satz – von Euklid bereits im 3. Jahrhundert vor Christus ausgebreitet – erledigt den Rest. Der Winkel y ist somit dreimal so gross wie der Winkel x und misst in unserem Fall dreimal **23 Grad**.

Dreieck ABC: $\mathbf{y + x = 4x \;\; ; \;\; y = 3x}$

Wie **Armin Widmer** feststellt, gibt es einen attraktiven Ausblick, denn im Jahr 2024 ist die «Wurzel-Behandlung» einzig-**ART**-ig ! $\sqrt{4} + \sqrt{2 \cdot 11 \cdot 23} = \sqrt{2024}$

Pikanterweise war diese Aufgabe bereits 2009 an der «British Mathematical Olympiad» ein Jahreszahl-Thema ! https://bmos.ukmt.org.uk/home/bmo2-2009.pdf

Folge dessen erlauben wir uns, uns mit dem Ansatz und einem Link zu begnügen.

https://www.youtube.com/watch?v=pxHd8tLI65Q

$$\sqrt{m} + \sqrt{n} = \sqrt{2023} \;\Rightarrow\; \sqrt{m} = \sqrt{2'023} - \sqrt{n} \;\Big|\; (\;)^2$$

$$m = 2'023 - 2 \cdot \sqrt{2'023 \cdot n} + n \;\Rightarrow\; \sqrt{2'023 \cdot n} \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt{2'023 \cdot n} = 17 \cdot \sqrt{7 \cdot n} \;\Rightarrow\; 7 \cdot n \text{ muss eine Quadratzahl sein.}$$

$$n_1 = 1 \cdot 7 \;,\; n_2 = 4 \cdot 7 \;,\; n_3 = 9 \cdot 7 \;,\; \dots \;,\; n_7 = 49 \cdot 7 \;,\; n_8 = 64 \cdot 7$$

8 Lösungspaare

(7, 1’792) , (28 , 1’575) , (63 , 1’372) , (112 , 1’183)
(175 , 1'008) , (252 , 847) , (343 , 700) , (448 , 567)