

**Kunst ist , Bewährtes zu erhalten !**



Fabio Parizzi , Rapperswil / SG / CH

**Kunst ist , ALLERL  zu ma Thema tisieren !**

Peter Hammer

[chaosachso21@gmail.com](mailto:chaosachso21@gmail.com)

Armin Widmer

[widmer.ar@bluewin.ch](mailto:widmer.ar@bluewin.ch)

Felix Huber

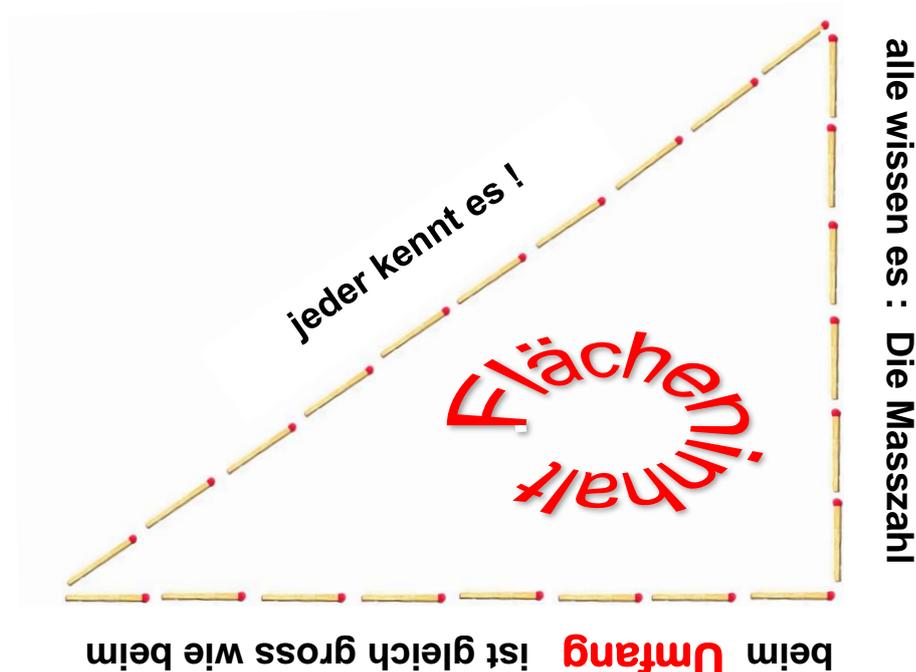
[felix.68@gmx.ch](mailto:felix.68@gmx.ch)

**Rätsel des Monats**     $2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = 24$

## **zündender Funke**

**Idee**    Felix Huber , Peter Hammer

Gibt es einen Zusammenhang zwischen der **Zahl 24** und dem Bild ( rechts ) ?    Nun – die Breite beträgt **2.4** cm und der Neigungswinkel **24°** !    Bitte nicht nachmessen !



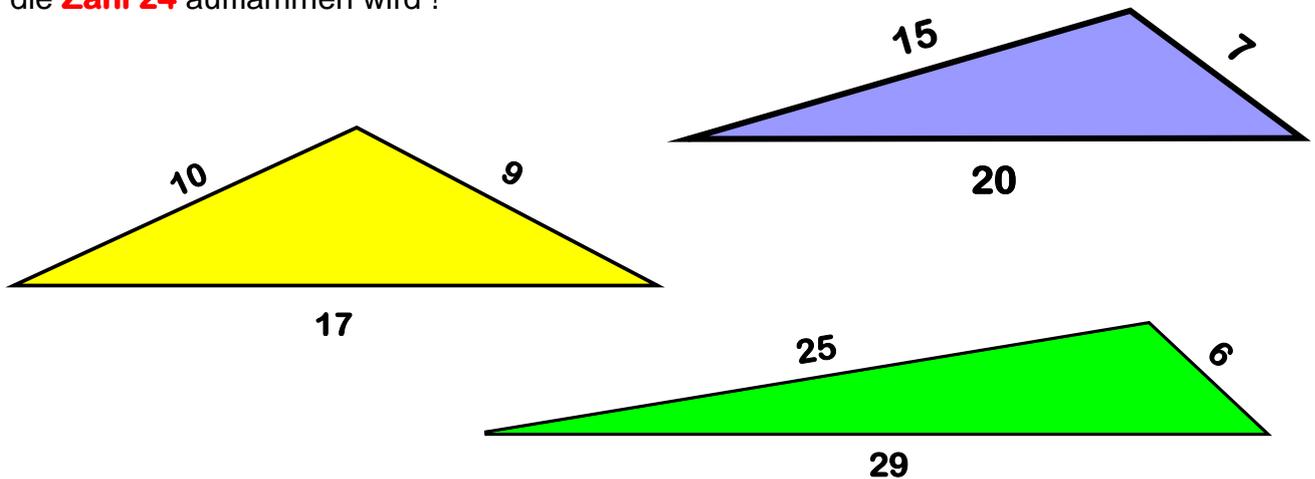
Die Variante **6 – 8 – 10** ist nicht die einzige, bei der die Masszahlen ( **24** ) des Umfangs ( **u** ) und des Flächeninhalts ( **A** ) identisch sind. Ebenso berühmt ist das pythagoreische Tripel **5 – 12 – 13**, das sich an die Identität  $A = u = 30$  klammert. Aber dann ist definitiv bereits Schluss. Es gibt kein weiteres rechtwinkliges Dreieck, dessen Inhalt von einer identischen Masszahl quasi «umklammert» wird. Oder irren wir uns ?

Lasst uns diese Identität vergessen und uns nur um den Flächeninhalt kümmern:

**Frage**    **Gesucht wird ein Dreieck mit ganzzahligen Seitenlängen und folgenden beiden Eigenschaften :**

- **A ( Flächeninhalt ) = 24**
- **Seiten**     $a > b > c$  und  $a + b - c = 24$

Das Farbenspiel gelb – grün – violett mag aufreizend sein, aber mit einem verblüffenden, inneren Zusammenhang der drei Dreiecke **9 – 10 – 17** , **7 – 15 – 20** und **6 – 25 – 29** hat dies nun wirklich nichts zu tun. Aber bei dieser Triplette gibt es ihn, den doppelt **zündenden Funken**, aus dem sich aus einer verspielten Sicht sogar die **Zahl 24** aufflammen wird !



**Frage** Welche Eigenschaften lassen sich bei allen drei Dreiecken mit den Seiten 9 , 10 , 17 – 7 , 15 , 20 – 6 , 25 , 29 finden ?

**Kannst du die Anzahl Diagonalen eines regelmässiges 24-ecks berechnen ?**

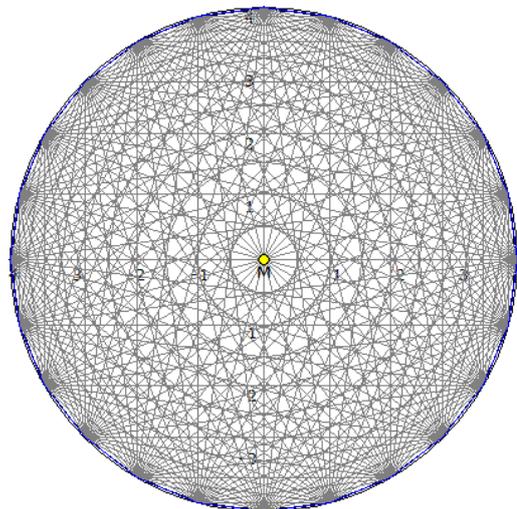
**ChatGPT:** «Ja, gerne ! Um die Anzahl der Diagonalen in einem **24-eck** zu berechnen, können wir eine Formel ... »

**Perfekt ! Und wie gross ist der Flächeninhalt, wenn eine Seite die Länge 24 hat ?**

**ChatGPT:** «Um den Flächeninhalt eines **24-Ecks** zu berechnen, wenn eine Seite die Länge **24** hat, können wir die folgende Formel verwenden: ... »

**Perfekt ! Wie viele verschieden grosse Diagonalen hat ein regelmässiges 24-eck ?**

**ChatGPT:** «In einem regelmässigen Polygon sind alle Diagonalen gleich lang. Das bedeutet, dass in einem regelmässigen **24-Eck** alle Diagonalen die gleiche Länge haben. ... »



**Willst Du uns für dumm verkaufen ? Die kleinste Diagonale verläuft von der Ecke 1 zur Ecke 3. Und diese soll gleich lang sein wie die Diagonale von der Ecke 1 zur Ecke 4 ?**

**ChatGPT:** «Das ist korrekt, und ich entschuldige mich für die vorherige Antwort. In einem regelmässigen Polygon sind nicht alle Diagonalen gleich gross ... »

**Wir schenken Dir – liebes Chat-GPT – alle Berechnungen zum 24-eck, damit Du in Zukunft ...**

**Lösungen**    **Rätsel des Monats**     $2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = 24$

Den folgenden, eleganten Lösungsweg verdanken wir **Bernhard Berchtold** !

$$a > b > c \quad ; \quad a + b - c = 24 \Rightarrow a + b = 24 + c \quad ; \quad A = 24$$

$$2s = a + b + c \Rightarrow s - c = 12 \quad ; \quad s > 12$$

**Heron**  $s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c) = 576$

$$s \cdot (s-a) \cdot (s-b) = 48 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

weil  $s > 12$  und  $a > b$  gibt es nur 2 Varianten:

**I:**  $s = 16 \Rightarrow c = 4, s - a = 1, s - b = 3$

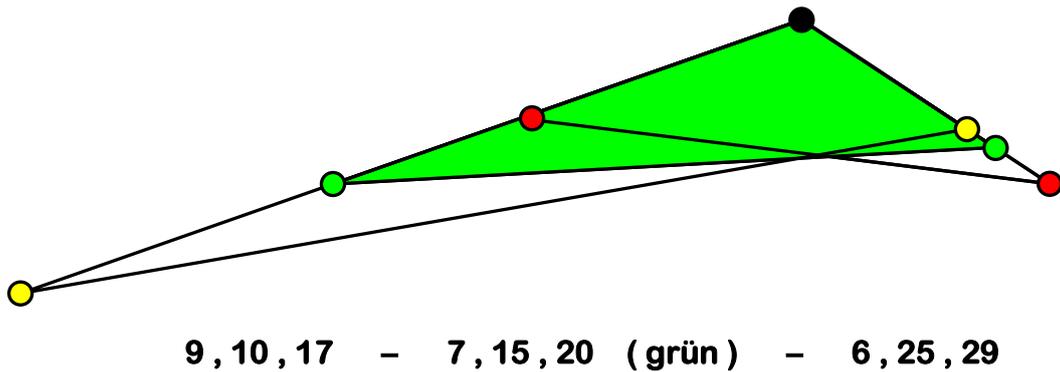
Dies führt zur Lösung  $a = 15, b = 13, c = 4$

**II:**  $s = 24$  führt zu einem Widerspruch !

Beim Tripel unten in der Tabelle mit der geforderten Eigenschaft  $u = A$  sticht vor allem der Winkel  $\gamma$  ins Auge mit der zufälligen Erkenntnis  $1 + 2 + 6 + 8 + 7 = 24$ .

Zudem ist das Delta 2 ( $a + b - c = 2$ ) typisch. Schliesslich verdanken wir Christa Sonntag (D) die **24-er** Idee, dass sich der Flächeninhalt des kleinsten Dreiecks ( 36 ) vom grössten Dreieck ( 60 ) um **24** unterscheidet.

a	b	c	u	A	$\gamma$
6	8	10	24	24	90°
5	12	13	30	30	90°
9	10	17	36	36	126.87°
7	15	20	42	42	126.87°
6	25	29	60	60	126.87°



**Kannst du die Anzahl Diagonalen eines regelmässiges 24-ecks berechnen ?**

**ChatGPT:** «Ja, gerne ! Um die Anzahl der Diagonalen in einem 24-eck zu berechnen, können wir die Formel verwenden:

$$\text{Anzahl der Diagonalen} = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

wobei n die Anzahl Ecken des Polygons ist. Setzen wir die Werte in die Formel ein:

... Also hat ein 24-eck **252 Diagonalen.**»

**Perfekt ! Wie gross ist der Flächeninhalt, wenn eine Seite die Länge 24 hat ?**

**ChatGPT:** «Um den Flächeninhalt eines 24-Ecks zu berechnen, wenn eine Seite die Länge 24 hat, können wir die folgende Formel verwenden:

$$A = \frac{1}{4} n \cdot s^2 \cdot \cot\left(\frac{\pi}{n}\right), \quad \frac{\pi}{n} \text{ ist der Innenwinkel des 24-ecks}$$

... Jetzt können wir alle Werte in der Formel einsetzen

$$A = 6 \cdot 576 \cdot \frac{1}{\tan(7.5^\circ)}, \quad \text{Anmerkung Die Umformung zu } \frac{1}{\tan(7.5^\circ)} \text{ ist erklärt!}$$

Also beträgt der Flächeninhalt des 24-Ecks **ungefähr 26'256 Quadrat-Einheiten.**»

**präziser Wert 26'250.93**

Bis das **KI** fähig sein wird, auch alle 11 Längen der Diagonalen im regelmässigen **24-Eck** mit s=1 zu berechnen, braucht es gewiss weniger als **24 Jahre** Geduld !

1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7	1-8	1-9	1-10	1-11	1-12	1-13
1	1.98	2.93	3.83	4.66	5.42	6.08	6.64	7.08	7.40	7.60	7.66