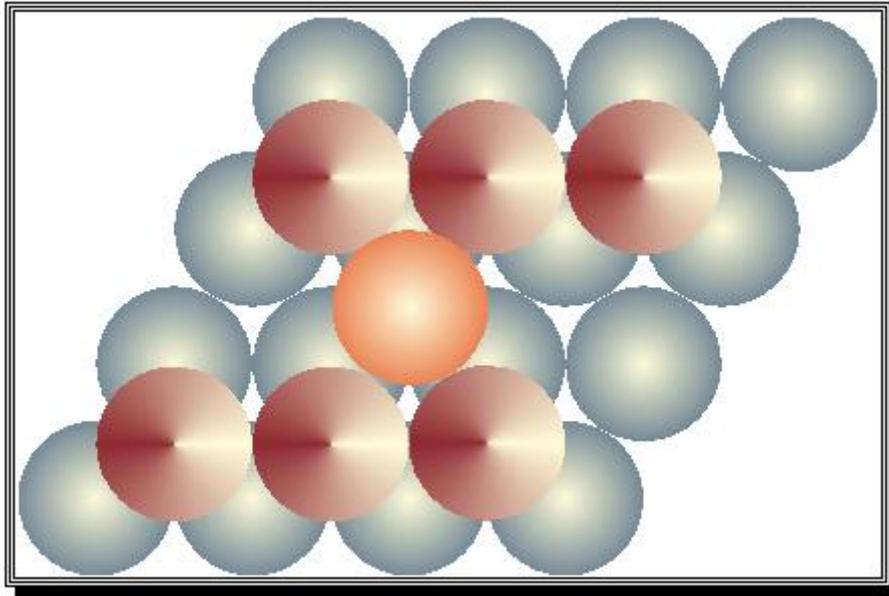


was passiert



wenn mehr als d r 🍳

ALLERL 🍳 ma Thema tisieren

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber felix.68@gmx.ch

Peter Hohler phohler@yahoo.com

Rätsel des Monats $(2+3) \cdot 5 - 2 + 0 = 23$

alte und neue An-fänge

Idee Felix Huber und Peter Hammer

«Verleih mir jetzt den Heiligen Geist, damit ich erkenne, was falsch war, und damit ich es bereue!» Diese Worte der Versöhnungsfeier – **Kapitel 23** (Seite 80) im katholischen Kirchen-Gesangsbuch – sind prophetisch. Und wie steht das **GPT** (**G**ag – **P**fad – **T**rick) dazu, wollten wir wissen ?

«Das Gebet zeigt eine tiefe Bereitschaft zur Umkehr.»

Wäre dies auch etwas für dich ?

**«Meine Funktion besteht darin, Informationen bereitzustellen
und bei der Lösung von Problemen zu helfen,
unabhängig von meinen persönlichen Überzeugungen.»**

Andere Frage – liebes **GPT** !

Wie ist die Folge 10111 , 212 , 113 , 43 , 35 , 32 , 27 , 25 , **23** ... fortzusetzen?

**«Diese Folge besteht aus einer Mischung von Zahlen,
die offensichtlich nicht einem bekannten Muster folgen. ... »**



Jean Sennep (1894 - 1982)

Collection Des Grands Humoristes (1943)

Dagegen gibt sich **OEIS** (**O**n-Line **E**ncyclopedia of **I**nteger **S**equences) keine Blösse und liefert des Rätsels Lösung in weniger als **0.23** Sekunden. Und wie lange brauchen wir, um dieses Muster zu erkennen ?

Frage **Wie ist die Folge 10111 , 212 , 113 , 43 , 35 , 32 , 27 , 25 , 23 ... fortzusetzen, wobei die Zahl 23 durchaus eine zentrale Rolle einnehmen darf ?**

Um zu beweisen, dass zumindest in diesen Anfängen der GPT-Fänge noch viele (mathematische) Wünsche offen bleiben, offerieren wir eine bestens bekannte, leicht zu lösende «Nullnummer» rund um die Fakultät und die **Zahl 23**.

Mit wie vielen Nullen endet die Zahl 10 Fakultät ?

GPT: «Um herauszufinden, wie viele Nullen am Ende von 10! (10 Fakultät) stehen, müssen wir zuerst herausfinden, wie viele Faktoren von 10 in der Primfaktorzerlegung von 10! enthalten sind, da jeder Faktor von 10 einen Faktor 2 und einen Faktor 5 enthält und dies das Produkt ergibt, welches eine Null am Ende hat.

In der Primfaktorzerlegung von 10! ist $10! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$.

Daraus folgt, dass es **2 Faktoren** von 5 gibt, die jeweils einen Faktor von 2 in der Primfaktorzerlegung von 10! ergänzen. Daher gibt es insgesamt **2 Nullen** am Ende.»

Perfekt ! Gibt es eine Zahl n, bei der n! mit **23 Nullen** enden wird ?

GPT: «Ja, es gibt eine natürliche Zahl n, bei der n! mit genau 23 Nullen endet. ... Durch binäre Suche können wir schnell feststellen, dass die kleinste natürliche Zahl n, für die n! mit 23 Nullen endet, 92 ist. Das bedeutet, dass 92! mit 23 Nullen endet, aber 91! nicht.»

Ist es nicht peinlich, solche gravierende Fehler zu machen ?

92! und 91! haben nicht 23, sondern nur 21 Nullen am Ende.

GPT: «Als KI-Assistent bin ich programmiert, Fehler zu minimieren, aber ich bin nicht perfekt. Fehler können trotz meiner besten Bemühungen passieren, und wenn das passiert, versuche ich, sie schnell zu korrigieren und genauer zu sein. ...

Aber ich habe nicht die menschliche Fähigkeit, Erfahrungen zu machen, aus Fehlern zu lernen oder intuitives Verständnis zu entwickeln. ...»

Frage Für welche natürliche Zahl n, wird n! mit **23 Nullen** enden ?

Und was wir Menschen haben, was der KI (noch ?) gänzlich fehlt, ist der ästhetische Blickwinkel. **Felix Huber** analysierte die Pell'sche Gleichung – benannt nach John Pell (1611 – 85) – und entdeckte eine «passende» Spielerei für **n = 23**, indem er – mit $x = 24$, $y = 5$ startend – die Lösungen unter die Lupe nahm !



$$x^2 - dy^2 = 1 \quad , \quad d = 23$$

Lösungen **Rätsel des Monats** $(2+3) \cdot 5 - 2 + 0 = 23$

10111 , 212 , 113 , 43 , 35 , 32 , 27 , 25 , **23** , 21 , 1B , 1A , 19 , 18 usw.

Allein angesichts dem Auftakt 10111 (Dualsystem) und der Tatsache, dass sich die Zifferauswahl in den ersten fünf Folgenglieder stets um eins vergrössert, drängt sich das Thema «Zahlensystem» auf.

$$10111 \rightarrow 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 23$$

$$212 \rightarrow 2 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 23$$

$$113 \rightarrow 1 \cdot 16 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 23$$

$$43 \rightarrow 4 \cdot 5 + 3 \cdot 1 = 23$$

$$35 \rightarrow 3 \cdot 6 + 5 \cdot 1 = 23 \quad \text{usw.}$$

5!	10!	15!	20!	25!	50!	75!	90!	95!	100!
1	2	3	4	6	12	18	21	22	24

Die Tabelle deckt das Problem sofort auf: Für die «End-Orgie» von $n!$ – Anzahl Nullen am Ende – sind die Zahlen **5** , **11** , **17** und **23** (lauter Primzahlen) überfordert, weil an den Stellen 25 , 75 und 100 die massgebende Primzahl 5 jeweils doppelt auftaucht. Fragen wir uns schliesslich, wie viele Nullen sich am Zahlenende von $2'023!$ befinden, so haben wir gemäss dem obigen Prozedere leichtes Spiel.

$$404 \text{ (Division von } 2'020 \text{ durch } 5 \text{)} + 80 \text{ (} 2'000:25 \text{)} + 16 \text{ (} 2'000:125 \text{)} = 500$$

Nicht vergessen wollen wir die restlichen **3** Typen 625 , $1'250$ und $1'825$.

Somit endet $2'023!$ mit **503** Nullen.

$$\text{Armin Widmer} \quad [2023:5] + [2023:25] + [2023:125] + [2023:625] = 503$$

$$x^2 - dy^2 = 1 \quad , \quad d = 23$$

$$24^2 - 23 \cdot 5^2 = 576 - 23 \cdot 25 = 1$$

$$1'151^2 - 23 \cdot 240^2 = 1'324'801 - 23 \cdot 576'000 = 1$$

1	24	5
2	1'151	240
3	55'224	11'515
4	2'649'601	552'480
5	127'125'624	26'507'525
6	6'099'380'351	1'271'808'720
7	292'643'131'224	61'020'311'035
8	14'040'770'918'401	2'927'703'120'960
9	673'664'360'952'024	140'468'729'495'045
10	32'321'848'554'778'751	6'739'571'312'641'200
23	230'770'469'557'676'433'392'534'247'954'804'043'224	
23	481'189'6924'149'491'049'358'312'568'444'869'115	

<https://mathematika.de/pellsche-gleichung>

<http://www.schaffenroth.de/Mathematik/Pell.html>

Die ersten **23** positiven, nicht trivialen Lösungen – die ersten 10 Varianten entnehmen wir der Liste – verwandeln thematisch die **23. Zeile** zu einem Blickfang. Die 39 Ziffern starten mit der Zahl d (**23**) und beenden die Zahlen-Spielerei treffend mit der Zahl $d+1$ (**23 + 1**), als könne das «aufgefrischte» Zahlengerüst des Luzerners **Felix Huber** nur von Menschenhand «gemahlen» sein !