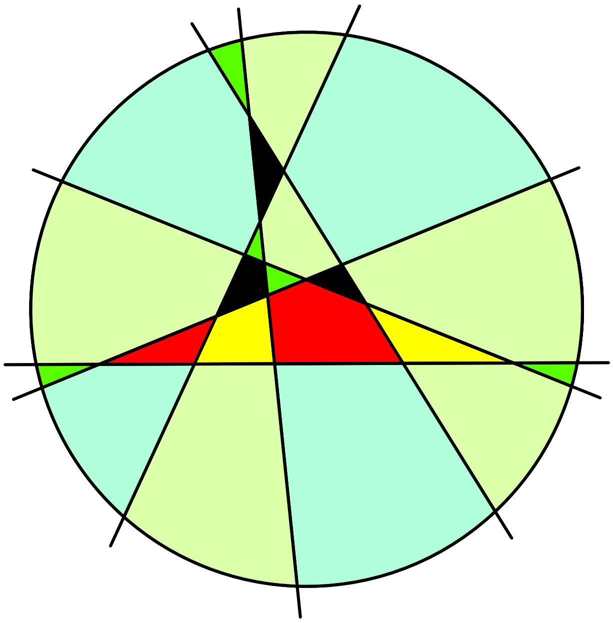
Peter Hammer   22. V 22
hammer.ch@bluewin.ch

was passiert



wenn mehr als zwei nur zwei Ziele verfolgen

Peter Hammer hammer.ch@bluewin.ch

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

Felix Huber felix.68@gmx.ch

Rätsel des Monats $\left(2+2\right)\cdot 5+2+0 = 22$

faire Teilung an der Wunder-Bar

Idee **Martin Gardner und Peter Hammer**

Genau vor 12 Jahren – am 22. Mai 2010 – hat uns mit **Martin Gardner** ein Zahlen-Spezialist, der nicht zuletzt wegen seinem spürbaren, philosophischen Hintergrund und seinen x-Büchern nach wie vor viele inspiriert, für immer verlassen. **Frage:** Was fällt uns auf, wenn wir die Quadratzahlen 16, 36, 196, 256, 576, 676, … unter die Lupe nehmen ? Richtig – die Zehner (**1** , **3** , **19** , **25** , **57** , **67** , …) sind ungerade.

Martin Gardner

Geoff Olson (2004)

Frage **Wie lässt sich beweisen, dass bei Quadratzahlen mit der Endziffer 6 die Anzahl Zehner ungerade ist ?**

Bitte sehr – wie verwandeln wir diese lustige, bekannte Eigenschaft in eine spannende Geschichte mit dem Titel «faire Teilung»? Martin Gardner kennt die Antwort, die wir hier leicht angepasst wiedergeben: «Adam und Eva verkaufen eine Herde Schafe. Für jedes Tier erhalten sie so viel wie die Grösse der Anzahl Tiere. Die Auszahlung erfolgt in 10-Dollar-Scheinen und der Rest in Münzen. Abwechselnd nehmen Adam und Eva 10-Dollar-Scheine vom Tisch, wobei Eva den ersten und letzten Schein erhält. Dafür darf Adam die Münzen nehmen. Um diese Teilung fair zu gestalten, schreibt Eva einen Check von x Dollars aus. Wie gross ist x?»

Die Erkenntnis, dass die Quadratzahl eine ungerade Anzahl Zehner haben muss, liefert «hinten eine 6» und schiebt Adam 6 Dollars (in Münzen) zu. Da Eva einen Zehner-Lappen (Start und Ende) mehr besitzt, wird das Delta von vier (10 – 6) durch einen Check über **2 Dollars** ausgeglichen.

Und wie könnte es anders sein? Es sind sehr viele Seiten in den Büchern von Martin Gardner durchzublättern, bis sie auftaucht, die denk- und merkwürdige **22**.

Bei einem Wettbewerb mit Hochsprung, Weitsprung, Kugelstossen, usw. kämpfen drei Teams um Medaillen respektive Punkte. Gold, Silber und Bronze geben jeweils stets gleich viele Punkte, zum Beispiel für Gold je 6, für Silber je 3 und für Bronze je 2 Punkte. In der Schlussrangliste hat das Team A **22 Punkte** erobert, das

Team B, das den Weitsprung gewinnt, 9 Punkte und damit gleich viele Punkte wie das Team C. Welches Team hat bei der Disziplin Hochsprung triumphiert?

Frage **Bei ? Disziplinen realisiert A 22 Punkte , B und C je 9 Punkte. Bei jeder Disziplin ist die Bewertung bei den Rängen eins bis drei gleich. Wie viele Punkte gibt es für einen Sieg bei einer Disziplin ?**

A	1	4	8	11	15	18
B	2	5	9	12	13	16
C	3	6	7	10	14	17

Wir werden zu einem Würfel-Duell eingeladen. Wer die höhere Zahl wirft, hat gewonnen. Wir dürfen zwar die drei Würfel A, B und C mit den Zahlen 1 bis 18 – wie zum Beispiel in der Abbildung – beschriften, aber unser Vis-à-vis darf zuerst einen der drei Würfel auswählen. Spielen oder nicht spielen, ist hier keine Frage !

Wer zuerst wählen muss, ist im Verhältnis 17:19 im Nachteil. Würfel A verliert gegen B, der aber wiederum C unterliegt. Weil schliesslich Würfel A gegen C dominiert, steht jeder Würfel einmal als Sieger und einmal als Verlierer da. Somit ist der Vortritt – wörtlich zu nehmen – die Wahl der Qual.

Dem Thema «intransitive Würfel» widmet Martin Gardner im Buch «Denkspiele» ein ganzes Kapitel. Und so taucht sie zwangsläufig auf – die **Schnapszahl 22**.

A	3	4	5	20	21	22
B						
C						
D						

Frage **Wie sind bei den Würfeln B, C und D alle verbleibenden Zahlen von 1 – 24 zu «beschriften», damit A > B , B > C , C > D und D > A gilt ?**

Ist es nicht «wonderful»? Ziehen wir die Wurzel aus der neunstelligen Zahl, so wird die **Zahl 22** eine Hauptrolle spielen.

Frage **Die Buchstaben W O N D E R F U L symbolisieren alle Ziffern von 1 bis 9. Ziehen wir die Wurzel aus WONDERFUL, so ergibt sich das «Wort» O O D D F . Welcher Buchstabe entspricht der Ziffer 2 ?**

Lösungen Rätsel des Monats $(2+2) \cdot 5 + 2 + 0 = 22$

Mathematische Hexereien	**ISBN 3 550 065 787**	**Seite 65**
Mathematische Knobeleien	**ISBN 3 529 083 212**	**Seite 108 und Seite 180**
Mathematische Denkspiele	**ISBN 3 880 343 233**	**Seite 18**

Eine Qualität von Martin Gardner ist unbestritten die Bekanntgabe der Quellen. So zum Beispiel geht die Geschichte der «fairen Teilung» auf einen Chemiker namens Ronald A. Wohl (1936 – 2014), der übrigens in Basel auf die Welt kam, zurück. Wohl wiederum entdeckte diese Aufgabe in einem französischen Buch. Und so ist wie des Öftern nur eines gewiss: Die Herkunft ist ungewiss.

Werden Zahlen der Form 10 a + **4** oder 10 a + **6** quadriert, ist die Anzahl Zehner ungerade.

$$(10a + 4)^2 = 100a^2 + 80a + 16$$

weil $80a$ gerade ist , muss $80a+1$ ungerade sein !

analog verläuft es bei $(10a + 6)^2 = 100a^2 + 120a + 36$

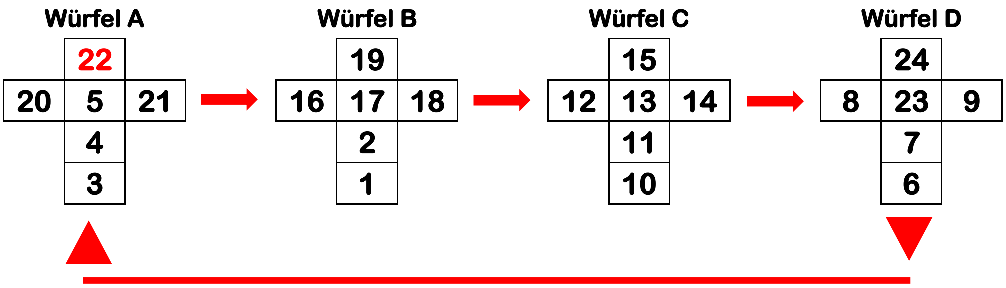
und grösseren Zahlen $(100b + 10a + 6)^2$

Aufgrund der Punkteausbeute von A, B und C (**22** / 9 / 9) werden insgesamt 40 Punkte vergeben. Die Anzahl Disziplinen muss deshalb ein Faktor von 40 sein. Leicht ersichtlich ist, dass nur hierfür nur 5 in Frage kommt. Somit gibt es **5 Disziplinen** mit je **8 Punkten** (für Gold 5 Punkte , für Silber 2 Punkte und für Bronze 1 Punkt).

- Team A gewinnt viermal Gold und einmal Silber (5 + 5 + 5 + 5 + 2 = 22).
- Team B holt einmal Gold und viermal Bronze (5 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9).
- Team C als ewiger Zweiter erobert fast stets Silber (2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 9).

Bei der Geschichte von Martin Gardner gewinnt das Team B den Weitsprung und somit wird klar, dass bei allen vier anderen Disziplinen das Team A dominierte und demnach beim Hochsprung einen Höhenflug landete.

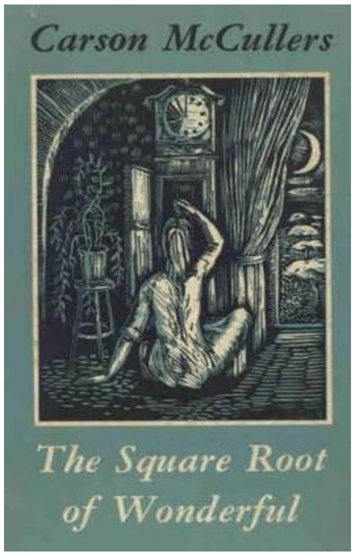
Beim Würfel-Spielchen «die höhere Zahl gewinnt» verliert Würfel B gegen Würfel A im Verhältnis 1:2 klar – konkret bei 24 von 36 Bildern wird der Würfel A dominieren. Die Zahlen 20, 21 und **22** gewinnen gegen alle sechs Zahlen des Würfels B (18 Siege). Die Zahlen 3, 4 und 5 übertrumpfen die Zahlen 1 und 2 (6 Siege). Analog – und zwar im gleichen Verhältnis von 2:1 – gewinnt Würfel B gegen C und Würfel C gegen D. Weil schliesslich Würfel D gegen Würfel A gewinnt, ist der Kreislauf perfekt !



So «wonderful» wie das Rätsel mit der «wunderbaren Quadratwurzel» war das Leben von Carson McCullers (1917 – 67) nicht !

Die amerikanische Schriftstellerin war von klein auf eine Einzelgängerin und geprägt von mittelmässigen Noten in der Schule. Hoppla – einmal mehr erhalten die verflixten Schulnoten schlechte Noten !

https://de.wikipedia.org/wiki/Carson_McCullers



$$\sqrt{\text{wonderful}} = \text{ooddf} \quad , \quad \sqrt{523'814'769} = 22'887$$

Da die Quadratzahl von **33**'??? mehr als neun Stellen hat und es keine Quadratzahl der Form **11**'??? gibt, muss **oo** der **Zahl 22** entsprechen. Der Rest überlassen wir mit gemischtem Gefühl der verwurzelten Neu – Gier – de eines jeden.