

Lösungen Aufgabenblatt Aussagenlogik - Mengenlehre 2

1. Vereinfache mit Logikkalkül. Zeige dann mit der Wahrheitstafel, dass die gegebene Aussagenverknüpfung mit Deinem Resultat äquivalent ist.

- a) $\neg(a \vee \neg b) = \neg a \wedge b$ b) $\neg(\neg a \vee \neg b) = a \wedge b$
c) $(a \vee b) \wedge \neg b = a \wedge \neg b$ d) $(a \wedge b) \wedge \neg(b \vee a) = n$

2. a) - d) Schreibe die vier Aussagenverknüpfungen der Theorie, Kap. 3, Beispiele a) - d) der Subjunktion nur mit den Zeichen \neg und \vee und gib sie in einem deutschen Satz an.

e) Schreibe $a \leftrightarrow b$ nur mit \vee , \wedge und \neg . (Verwende das Resultat von Aufgabe 7a); vergleiche auch Theorie, Kapitel 3, Beispiel 5).

- a) $a \rightarrow b = \neg a \vee b$
b) $b \rightarrow a = \neg b \vee a$
c) $b \rightarrow c = \neg b \vee c$
d) $b \rightarrow \neg a = \neg b \vee \neg a$
e) $a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a) = (\neg a \vee b) \wedge (\neg b \vee a) = \dots = (\neg a \wedge \neg b) \vee (a \wedge b)$

3. Sind die folgenden Aussagenverknüpfungen logisch äquivalent? Beweise mit Logikkalkül und Wahrheitstafel.

- a) $\neg(a \rightarrow b)$ $a \wedge \neg b$ Ja, denn $\neg(\neg a \vee b) = a \wedge \neg b$
b) $\neg a \rightarrow b$ $a \vee b$ Ja, denn $\neg\neg a \vee b = a \vee b$

4. p und q sind zusammengesetzte Aussagen. Vergleiche $p = q$ mit $p \leftrightarrow q$. Verwende dabei auch den Begriff der Tautologie.

- 1) $p = q$ ist Tautologie
2) $p \leftrightarrow q$ ist nur wahr, wenn beide Aussagen wahr oder beide Aussagen falsch sind

5. Vereinfache:

- a) $\neg(a \leftrightarrow b) = a \underline{\vee} b$ b) $a \wedge b \rightarrow (a \leftrightarrow b) = \neg(a \wedge b) \vee ((\neg a \wedge \neg b) \vee (a \wedge b)) = e$
c) $a \rightarrow b \vee \neg(a \leftrightarrow \neg b) = \neg a \vee (b \vee (a \underline{\vee} \neg b)) = (\neg a \vee b) \vee (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b) =$
 $= (\neg a \vee b) \vee (((a \wedge b) \vee \neg a) \wedge ((a \wedge b) \vee \neg b)) = (\neg a \vee b) \vee ((\neg a \vee b) \wedge (a \vee \neg b)) =$
 $= a \rightarrow b$
(oder einfacher mit Wahrheitstafel !)

6. Ist $(a \rightarrow b) \rightarrow (b \rightarrow a)$ eine Tautologie?

Nein! (Wahrheitstafel)

7. Beweise mit der Wahrheitstafel:

Die folgenden Aussagenverknüpfungen sind Tautologien (d.h. bei a) und b) steht das "=" - Zeichen zu Recht).

a) $a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$

b) $a \rightarrow b = \neg b \rightarrow \neg a$ "Kontraposition"

c) $(a \rightarrow b) \wedge a \rightarrow b$ "modus ponens (Abtrennungsregel)"

Gib für a) bis c) je ein Beispiel an.