

## Aufgabenblatt Aussagenlogik - Mengenlehre 3

1. Bestimme die Erfüllungsmenge der folgenden zusammengesetzten Aussageformen.  
Für a) bis d):  $G = \mathbb{Z}$ , sonst  $G = \mathbb{Q}$ .

- a)  $x$  ist gerade und ist Primzahl.  
 b)  $y$  ist Quadratzahl und ist kleiner als 100.  
 c)  $z$  ist Teiler von 15 oder ist Teiler von 24.  
 d)  $x \in \mathbb{N} \wedge x < -1$                       e)  $x \in \mathbb{Q}^+ \vee x \in \mathbb{Q}^-$   
 f)  $3x + 4 = 0$                                       g)  $8x + 2x = x$                                       h)  $x + 1 < 4$   
 i)  $x + 7 = 7 + x$                                       j)  $x(x + 1)(x + 2) = 0$

2. Bestimme die Erfüllungsmenge der Aussageformen a(x) bis d(x) und gib dann die Erfüllungsmengen der angegebenen Aussageformenverknüpfungen an. Grundmenge  $G = \mathbb{N}$ .

- a(x):  $x$  ist ganzzahliges Vielfaches von 3  
 b(x):  $x$  ist zweistellige Quadratzahl.  
 c(x):  $x$  ist das Doppelte einer einstelligen Primzahl.  
 d(x):  $x \in \{1,2,3,4,5,6\}$

- a)  $a(x) \wedge b(x)$     b)  $b(x) \wedge c(x)$     c)  $b(x) \vee c(x)$     d)  $b(x) \vee d(x)$   
 e)  $\neg(a(x) \wedge b(x))$     f)  $\neg a(x) \wedge b(x)$     g)  $\neg(b(x) \vee c(x))$     h)  $b(x) \vee \neg c(x)$

3. Vgl. Theorie, B5., Beispiel 6. A und B seien Mengen.  
Beweise mit Mengendiagramm und Mengenlehrgesetzen:

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$$

Dabei gilt:  $\bar{A}$ : Komplement von A     $A \setminus B = A \cap \bar{B}$   
 $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$                                       (de Morgan)

4. Setze die richtigen Pfeile:  $\Rightarrow$ ,  $\Leftarrow$ ,  $\Leftrightarrow$

- a)  $x(x + 6) = 0$                                        $x(x + 3)(x + 6) = 0$   
 b)  $x$  ist älter als  $y$                                        $x$  ist Vater von  $y$   
 c)  $x < z$      $x < y < z$   
 d)  $x$  ist teilbar durch 6                                       $x$  ist teilbar durch 3 und 2  
 e)  $x < z$      $z > x$

5. Ersetze in 4b),c) die Variablen durch Elemente aus einer Grundmenge  $G$ , so dass die drei massgebenden Zeilen der Wahrheitstafel für  $\rightarrow$  ersichtlich werden.  
(für 4c):  $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  bzw.  $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ )

## Aufgabenblatt Aussagenlogik - Mengenlehre 4

1. Setze die richtigen Pfeile:  $\Rightarrow$ ,  $\Leftarrow$ ,  $\Leftrightarrow$

(auch zwischen Aussagen, wenn die entsprechenden Pfeile  $\rightarrow$ ,  $\leftarrow$  und  $\leftrightarrow$  eine wahre Aussage liefern).

- |                                 |                          |  |
|---------------------------------|--------------------------|--|
| a) y ist durch 8 und 9 teilbar  | y ist durch 36 teilbar   | $G = \mathbb{N}$                       |
| b) 12 ist durch 4 und 3 teilbar | 12 ist durch 3 teilbar   |  |
| c) 16 ist durch 5 und 2 teilbar | 16 ist durch 2 teilbar   |  |
| d) 16 ist durch 2 teilbar       | 16 ist durch 5 teilbar   |  |
| e) x ist gerade                 | $x^2$ ist gerade         | $G = \mathbb{N}$                       |
| f) Die el. Lampe brennt         | Die Sicherung ist intakt |  |
| g) A schuldet B Fr. 5.-         | A schuldet B Fr. 6.-     |  |
| h) Man sieht die Sonne nicht    | Es ist Nacht.            |  |
| i) $xy < 4$                     | $x < 2 \wedge y < 2$     | $G = \mathbb{Q}^+ \times \mathbb{Q}^+$ |

2. Bestimme die Erfüllungsmengen der folgenden Aussageformen

(Variable: heute; morgen und gestern sind abhängig von heute)

$G = \{\text{Mo, Di, Mi, Do, Fr, Sa, So}\}$

- Wenn heute Mittwoch ist, ist morgen Sonntag.
- Wenn heute Donnerstag ist, war gestern Mittwoch.
- Wenn heute Sonntag ist, ist am 1. Januar Neujahr.
- Wenn gestern Freitag war, ist heute Sonntag.

Für welche Aussageformen gilt  $\Rightarrow$  ?

3. Formuliere mit "notwendiger" und "hinreichender" Bedingung.

- In einem Quadrat sind alle vier Seiten gleich lang.
- Sind die Höhen eines Dreiecks gleich lang, dann ist es gleichschenkelig.
- Eine durch 18 teilbare natürliche Zahl ist durch 9 und durch 3 teilbar.
- Dann und nur dann ist ein Viereck ein Rhombus, wenn sich seine Diagonalen halbieren und senkrecht aufeinander stehen.

4. Bilde zu den Sätzen bei 3a) bis c)

- die Umkehrung (Gilt eine der Umkehrungen?)
- die Kontraposition (vgl. Aufgabenblatt 2, Nr. 7b))