Aufgabenblatt Aussagenlogik - Mengenlehre 5

1. Formuliere als Folgerung (mit $\Rightarrow$)
   a) Notwendige Bedingung für die Teilbarkeit durch 4 ist die Teilbarkeit durch 2.
   b) $a>2$ und $b>5$ ist hinreichend dafür, dass $ab > 10$. ($G = \mathbb{Q}^+$)

2. Bilde zu den Sätzen von Aufgabe 1
   a) die Umkehrung (gilt eine der Umkehrungen?)
   b) die Kontraposition.

3. Bestimme die Lösungsmengen folgender Gleichungen ($G = \mathbb{Q}$) und Ungleichungen ($G = \mathbb{N}$), indem Du äquivalente Aussageformen bildest.
   a) $3x + 7 = 25$
   b) $6(x + 3) - 5 = 2x + 17$
   c) $\frac{6}{x - 3} = \frac{2}{x - 5}$
   d) $\frac{12}{x + 1} = \frac{4}{x - 3}$
   e) $\frac{2n}{n + 4} < \frac{2(n + 1)}{(n + 1) + 4}$
   f) $\frac{n}{2n + 5} \leq 0.4$
   g) $0.1 \leq \frac{3n}{4n + 5} \leq 1$
   h) $\frac{5}{8} < \frac{5n + 1}{8n - 6} < 3$

4. a) Schreibe die folgenden Aussagen mit Quantoren.
   b) Negiere die Aussagen. (ohne im Schlussresultat $\neg$ zu verwenden)
   c) Für (2) bis (4): Ist die Aussage oder ihr Negat wahr?

   (1) Alle Mädchen sind eitel.
   (2) Es gibt einen Menschen, der 100m unter 10 s laufen kann.
   (3) Alle Primzahlen sind ungerade.
   (4) Es gibt eine rationale Zahl x mit $x^2 = 2$.

5. a) wie 4b) b) wie 4c)
   (1) $\forall n \in \mathbb{N}: 2n - 1 > 0$
   (2) $\forall x \in \mathbb{Z}: 2x - 1 > 0$
   (3) $\forall n \in \mathbb{N}: n^2 - 1 \geq 0$
   (4) $\forall x \in \mathbb{Q}: x^2 - 1 \geq 0$
   (5) $\forall n \in \mathbb{N}: (n \geq 1 \wedge n^2 \geq 1)$
   (6) $\forall x \in \mathbb{Q}: (x^2 > 1 \vee x < 1)$
   (7) $\forall x \in \mathbb{Z}: (|x| < 2 \vee x^2 \geq 4)$
   (8) $\forall x \in \mathbb{Q}: ((x-3)^2 = x^2-9)$
   (9) $\exists n \in \mathbb{N}: (2 - 3n = n -2)$
   (10) $\exists n \in \mathbb{N}: (n^2 + 4 = 9)$
   (11) $\exists x \in \mathbb{Q}: (x>2 \wedge 2x+5 = 9)$
   (12) $\exists n \in \mathbb{N}: (n^2 = n + 2)$

Aufgabenblatt Aussagenlogik - Mengenlehre 6

1. a) Schreibe die folgenden Aussagen in einem deutschen Satz
   b) Negiere die Aussagen (formal und deutsch)
   c) Ist die Aussage oder ihr Negat wahr?

   (1) $\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N}:\ n + m = 5$

   (2) $\exists m \in \mathbb{N}\ \forall n \in \mathbb{N}:\ m < n + 1$

   (3) $\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N}:\ m < n + 1$

   (4) $\exists n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N}:\ 2n + m = 8$

   (5) $\forall n \in \mathbb{N}\ \exists x \in \mathbb{Q}:\ n = x^2$

   (6) $\exists x \in \mathbb{Q}\ \forall n \in \mathbb{N}:\ n = x^2$

2. a) wie 1b) b) wie 1c)

   (1) $\forall x \in \mathbb{Q}:\ (x > 5 \rightarrow 2x + 3 > -1)$

   (2) $\forall x \in \mathbb{Q}:\ (x^2 = -1 \rightarrow x = 2 \vee x = -2)$

   (3) $\forall x \in \mathbb{Q}:\ (x^2 = 1 \rightarrow x = 1 \vee x = -1)$

   (4) $\forall x \in \mathbb{Q}:\ (x > 2 \leftrightarrow -x > -2)$

   (5) $\exists n \in \mathbb{N}\ \forall x \in \mathbb{Q}:\ (x > n \rightarrow x > n^2)$

3. Formuliere die Implikationen von Aufgabe3, Aufgabenblatt 4 als All-Aussagen.