

Vektorgeometrie: Ebenen und Skalarprodukt
Zusammenstellung einiger Aufgaben aus früheren Prüfungen

1. Eine Ebene E geht durch die Punkte A(4/1/-2) und B(2/3/-3) und ist parallel zur

Geraden h: $\vec{r} = \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$. Gib die Komponentengleichungen von E an und

bestimme dann den z-Achsenabschnitt von E

2. Eine Gerade g liegt in der zweitprojizierenden Ebene E, eine drittprojizierende Ebene Δ hat die Achsenabschnitte $a = 1$ und $c = 4$.

Gib die Gleichung der Schnittgeraden s von E mit Δ an.

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3. Gegeben sind die Gerade $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ und der Punkt P(3/8/4).

Bestimme eine Gleichung derjenigen Transversalen von g und der x-Achse, die durch den Punkt P geht. (Transversale = Gerade, die g und x-Achse schneidet)

4. E_1 ist eine erstprojizierende Ebene durch die Punkte A(2/-1/50) und B(-2/-3/79), die Ebene E_2 hat die Gleichung $x - y + z + 5 = 0$, die Ebene E_3 die Gleichung $ax + y + 3z + d = 0$.

- a) Wie lautet die Gleichung der Schnittgeraden von E_1 und E_2 ?
 b) Bestimme a und d so, dass alle drei Ebenen eine gemeinsame Schnittgerade besitzen.

5. Gegeben ist die Pyramide mit Grundfläche A(0/0/0) B(4/-4/2) C(0/3/-3) und Spitze S(4/3/4).

- a) Wie gross ist der Winkel des Dreiecks ABC bei B?
 b) c)

6. Gegeben sind die Punkte A(3/1/3), B(-1/-3/1) und die Gerade $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$

- a) Bestimme einen Punkt C auf g, so dass das Dreieck ABC rechtwinklig wird mit rechtem Winkel bei C.
 b) Berechne nun den Winkel α bei A.