

Bemerkungen Jede Aufgabe soll auf einer neuen Seite begonnen werden.
Zeit : Drei Stunden
Für 40 Punkte wird die Note 6 erteilt.

Viel Glück !

1. Gegeben ist die Funktion $f : x \rightarrow (4.5 - 8x^2) \cdot e^x$ 9 Punkte

a) Diskutiere f bezüglich Nullstellen, lokale Extrema, Asymptoten und zeichne den Graph für $-8 \leq x < 1$.

b) Berechne den Inhalt der vom Graph von f und der x -Achse eingeschlossenen endlichen Fläche.

2. Bei einer Werbeveranstaltung kann der älteste Besucher aus einer Urne mit 60 Lose, die von 1 bis 60 durchnummeriert sind, eines oder mehrere Lose ziehen. 9 Punkte

Ein Los mit einer durch vier teilbaren Zahl bedeutet den Gewinn eines Geschenkkorbes, ein Los mit einer durch sechs teilbaren Zahl bedeutet den Gewinn eines

Radios. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit,...

a) ... bei einmaligem Ziehen eines Loses beide Gewinne miteinander zu ziehen ?

b) ... bei einmaligem Ziehen eines Loses zumindest einen Gewinn zu erhalten ?

c) ... bei zweimaligem Ziehen ohne Zurücklegen des ersten Loses zwei Radios zu gewinnen ?

d) ... bei dreimaligem Ziehen mit Zurücklegen der Lose mindestens zwei Geschenkkörbe zu gewinnen ?

e) Wie oft muss ein Besucher ein Los mit Zurücklegen ziehen, damit die Wahrscheinlichkeit, keinen Gewinn zu erhalten, kleiner als 1 % wird ?

f) Eine ältere Person nimmt insgesamt fünfmal an der Veranstaltung teil und darf jedesmal ein Los ziehen. Als Zufallsvariable betrachten wir die Anzahl gewonnener Geschenkkörbe.

Berechne für diese Zufallsvariable den Erwartungswert und die Varianz.

3. Für welche $x \in [0; 2\pi]$ ist der Term $2 \sin^2 x + \sin x - 1$ positiv ? 4 Punkte

(exakte Werte angeben !)

4. Beim Bau eines unterirdischen Stollens sind folgende Bedingungen zu beachten 5 Punkte

- Der Querschnitt muss ein gleichschenkliges Trapez mit Flächeninhalt $6 \cdot \sqrt{3} \text{ m}^2$ sein.

- Der Neigungswinkel der Seitenwände gegenüber der Bodenfläche muss 60 Grad betragen.

Wie hoch wird der Stollen (entspricht der Trapezhöhe), wenn das Querschnitt-Trapez minimalen Umfang haben soll ?

5. Die Funktionenschar $f_p(x) = x^4 + 2x^3 - 2px + p$ ($p \in \mathbb{R}$) ist gegeben. 9 Punkte

a) Zeige, dass alle Funktionen dieser Schar genau zwei Wendepunkte haben und gib ihre Koordinaten (in Abhängigkeit von p) an.

b) Für welchen Parameterwert p haben die beiden Wendepunkte den kleinsten gegenseitigen Abstand ?

c) Die Tangente t im Wendepunkt W_2 mit der grösseren x -Koordinate schneidet die Kurve $y = f_p(x)$ in einem Schnittpunkt Q ungleich W_2 . Berechne den Inhalt der von dieser Wendetangente und der Funktionskurve eingeschlossenen Fläche (zwischen Q und W_2).

d) Setze nun speziell $p = 0$. Die Kurve $y = f_0(x)$ und die x -Achse schliessen ein Flächenstück ein.

Berechne das Volumen des Körpers, der entsteht, wenn dieses Flächenstück um die x -Achse rotiert wird.

6. Bei einem geraden Kreiskegel liegen die beiden Punkte $A(5/1/2)$ und $B(-3/3/0)$ 9 Punkte auf der Peripherie des Grundkreises. Die Länge einer Mantellinie (von der Kegelspitze bis zu A oder B) beträgt $\sqrt{45}$. Der Mittelpunkt M des Grundkreises liegt auf der Geraden

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

a) Berechne die Koordinaten des Kreismittelpunktes M .

Falls a) nicht gelöst werden kann, rechne man in den folgenden Teilaufgaben mit dem Ersatzpunkt $M^*(1/3/2)$ weiter.

b) Bestimme eine Koordinatengleichung für die Grundkreisebene $G = (ABM)$.

c) Berechne den Neigungswinkel einer Mantellinie gegenüber der Ebene G .

d) Ein anderer, schiefer Kreiskegel, dessen Grundkreis mit dem des geraden Kreiskegels zusammenfällt, hat den doppelten Volumeninhalt des geraden Kreiskegels. Berechne die Koordinaten der Spitze dieses schiefen Kreiskegels, wenn seine Spitze auf der y -Achse liegen soll (eine Lösung genügt).