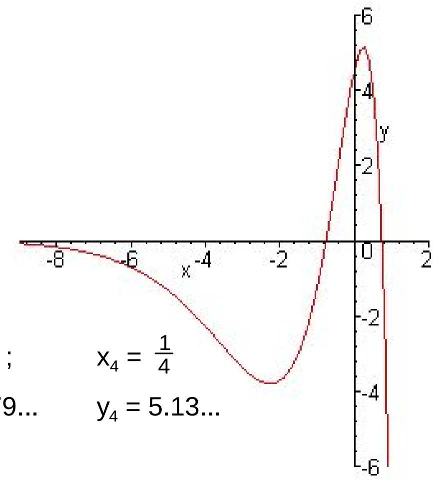
**Lösung der Aufgabe 1**

$y = f(x) = (4{,}5 - 8x^2)\cdot e^x$




a) $D = \mathbb{R}$

$y' = -16xe^x + (4{,}5-8x^2)e^x = e^x \cdot (4{,}5 - 16x - 8x^2)$

$y'' = (-16-16x)e^x + (4{,}5-16x-8x^2)e^x = e^x \cdot (-11{,}5 - 32x - 8x^2)$

Nullstelle: $y = 0$ : $x^2 = \dfrac{4{,}5}{8}$; $x_1 = \tfrac{3}{4}$ ; $x_2 = -\tfrac{3}{4}$

Asymptote: Grenzwert für $x \to -\infty$ : $y = 0$ (x-Achse)

Extrema: $y' = 0$ : $8x^2 + 16x - 4{,}5 = 0$

$x_{3,4} = \dfrac{-16 \pm \sqrt{400}}{16} = -1 \pm \dfrac{5}{4}$ $x_3 = -\dfrac{9}{4}$ ; $x_4 = \dfrac{1}{4}$

$y_3 = -3{,}79...$ $y_4 = 5.13...$

$f(x_3) > 0$ Tiefpunkt bei $x_3$
$f(x_4) < 0$ Hochpunkt bei $x_4$

Graph gemäss TR mit Eintrag der Nullstellen und Extremalpunkte mit Tangenten

b) $A = \int_{-3/4}^{3/4} (4{,}5e^x - 8x^2e^x)dx = 4{,}75...$ Partielle Integration von $\int x^2e^x dx$ oder Lösung aus der DMK-Formelsammlung

**Lösung der Aufgabe 2**

60 Lose von 1 bis 60, 15 Lose mit Geschenkkorbgewinn :$P(G) = \frac{1}{4}$ ;

10 Lose mit Radiogewinn : $P(R) = \frac{1}{6}$

a) P(beide Gewinne) = P(12,24,36,48,60) = $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

b) P(mindestens ein Gewinn) = $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$

c) $P(R \cap R) = \frac{10}{60} \cdot \frac{9}{59} = 0{,}025...$

d) P(mindestens 2 G) = P(2 G $\cup$ 3 G) = $\binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{3-2} + \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{3-3} = \frac{5}{32}$

e) Wahrscheinlichkeit, keinen Gewinn zu erhalten (vgl. b)) : P (kein Gewinn) = $\frac{2}{3}$

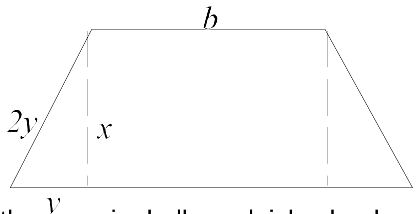
$\left(\frac{2}{3}\right)^x < 0{,}01$; man erhält $x > 11{,}3...$

f) Erwartungswert : $\mu = E(X) = 5 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ ; $\sigma^2 = Var(X) = 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{16}$

**Lösung der Aufgabe 3**

$2\sin^2 x + \sin x - 1 > 0$
Substitution $z = \sin x$ : $2z^2 + z - 1 = (2z-1)(z+1) > 0$
$L_z = \mathbb{R} \setminus [-1, \tfrac{1}{2}]$
Für $\sin x < -1$ erhält man keine x-Werte
Für $\sin x < \tfrac{1}{2}$ und $\sin x \le 1$ erhält man die Lösungsmenge $L = ]\, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \,[$

**Lösung der Aufgabe 4**




Höhe des Trapezes : x

Zielfunktion: Umfang des Trapezes $u = 2b + 6y$

Aus $A = 6\cdot\sqrt{3} = 6\cdot\sqrt{3} = \frac{2y+2b}{2}\cdot x = (y+b)\cdot x$ und aus dem Pythagoras im halben gleichschenkligen Dreieck ; $x^2 = 3y^2$ ergibt sich $y = \frac{6\cdot\sqrt{3}}{x} - \frac{x}{\sqrt{3}}$ und

$$u(x) = \frac{6x}{\sqrt{3}} + \frac{12\sqrt{3}}{x} - \frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{4x}{\sqrt{3}} + \frac{12\sqrt{3}}{x}$$

$$u'(x) = \frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{12\sqrt{3}}{x^2}$$

Die Gleichung $u'(x) = 0$ liefert als einzige sinnvolle Lösung $x = 3$.

Das Trapez hat eine Höhe von 3 m.

**Lösung der Aufgabe 5**

a) $y = f_p(x) = x^4 + wx^3 - 2px + p$
$y' = 4x^3 + 6x^2 - 2p$
$y'' = 12x^2 + 12x = 12\cdot(x+1)$ $\quad y''(x) = 0$ für $x = 0$ und $x = -1$
$y''' = 24\,X + 12$

Wendepunkte $W_1(0/p)$ $\quad W_2(-1/-1+3p)$

b) $d^2(p) = 1 + (2p - 1)^2$ Parabel, nach oben geöffnet
$[d^2(p)]' = 21(2p-1)\cdot 2$ die Nullstelle der 1.Ableitung liefert $p = ½$

c) Tangente t in $W_2$ : $m = f'_p(0) = -2p$ t: $y = -2px + p$
Schnittpunkt mit dem Graphen von $f_p$ : $x^4 + 2x^3 -2px = -2px$
$x^3\cdot(x+2) = 0$
Schnittpunkt (-2/5p)

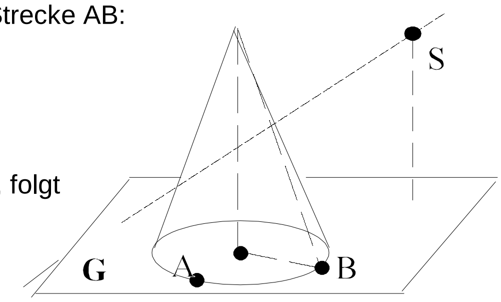
$$A = \int_{-2}^{0}(-2px + p - x^4 - 2x^3 + 2px - p)dx = \left[-\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{2}\right]_{-2}^{0} = 1{,}6$$

d) $p = 0$ $\quad f_0(x) = x^4 + 2x^3 = x^3\cdot(x+2)$ $\quad$ Nullstellen $x = 0$ und $x = -2$

$$V_{rot} = \pi\cdot\int_{-2}^{0}(x^4 + 2x^3)^2dx = \pi\cdot\int_{-2}^{0}(x^8 + 4x^7 + 4x^6)dx = \pi\cdot\left[\frac{x^9}{9} + 4\cdot\frac{x^8}{8} + \frac{x^7}{7}\right]_{-2}^{0} =$$

$$= \pi\cdot\left(0 + \frac{512}{9} - \frac{256}{2} + 4\cdot\frac{128}{7}\right) = 6{,}38...$$

**Lösung der Aufgabe 6**




a) Der Mittelpunkt liegt auf einer Mittelnormalebene zur Strecke AB:

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ; Normalebene N : 4x - y + z + D = 0.

Da der Mittelpunkt C(1/2/1) der Strecke AB auf N liegt, folgt
d = -3 : N : 4x - y + z -3 = 0

M = (g $\cap$ N) : 12 - 4t + 1 -3t - 4 + 4t - 3 = 0, also
3t = 6 und t = 2

b) G = (ABM) : $\vec{MA} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ ; $\vec{MB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

Mit M als Anfangspunkt und diesen beiden Vektoren als Richtungsvektor erhält man die Parametergleichung

$\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

und daraus die Koordinatengleichung der KegelGrundebene G : <u>x + 2y - 2z - 3 = 0</u>

c) Der Winkel zwischen der Mantellinie der Länge $\sqrt{45}$ und dem Kegelradius $|MB| = 6$

ergibt sich aus $\cos\gamma = \frac{6}{\sqrt{45}}$ : γ = 26,5... °

d) Die Spitze S hat die Koordinaten $0/y_s/0$.

Die Höhe des geraden Kreiskegels beträgt nach Pythagoras $\sqrt{45 - 36} = 3$, die Höhe des schiefen Kreiskegels ist doppelt so gross, also 6.

Die Normale zur Kegel-Grundkreisebene G durch S ist $\vec{n}$: $\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ y_s \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ; da der Schnitt-punkt A dieser Geraden mit der Grundebene mit der Kegel-Grundkreisebene G gleich der Kegelhöhe h = 6 ist, erhält man diesen Schnittpunkt A für t = ±2 (der Normalenvektor hat die Länge 3) : Für $\vec{r}_A = \begin{pmatrix} 2 \\ y_s + 4 \\ -4 \end{pmatrix} \in$ G erhält man:

$2 + 2(y_s + 4) - 2\cdot(-4) - 3 = 15 + 2y_s = 0$, also ist $\underline{y_s = -7{,}5}$; für $\vec{r}_A = \begin{pmatrix} -2 \\ y_s - 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ ergibt sich:

$-2 + 2(y_2 - 4) - 2\cdot 4 - 3 = -21 + 2y_s = 0$, also ist $\underline{y_s = 10{,}5}$ (nur eine Lösung verlangt).