

Schwerpunktfach Physik und Anwendungen der Mathematik

Bemerkungen:

Zeit: 3 Stunden

Punktzahl: Maximum = 60 Punkte, 48 Punkte = Note 6.

Erlaubte Hilfsmittel: Fundamentum Mathematik und Physik (mit Zusatzblättern),
Taschenrechner Voyage-200.

Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.

Alle verwendeten Symbole sind zu definieren (sofern nicht im Aufgabentext
definiert).

Physikalische Formeln, welche nicht dem Fundamentum entnommen werden, sind
zu beweisen oder zu begründen.

Wenn Sie für eine Teilaufgabe ein Resultat einer vorhergehenden Teilaufgabe
verwenden müssen, welche Sie nicht gelöst haben, können Sie mit einem selbst
gewählten Wert weiter rechnen. Dieser ist dann aber deutlich zu kennzeichnen.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!
--

Aufgabe 1: Vektorgeometrie (10 Punkte)

Gegeben sind die Gerade $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -10 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ sowie der Punkt $C(2 | 8 | 7)$.

- Bestimmen Sie den Abstand des Punktes C von g sowie den Lotfußpunkt $A \in g$.
- Die Strecke AC ist die Diagonale einer Seitenfläche eines Würfels, dessen eine Kante auf g liegt. Berechnen Sie die Kantenlänge des Würfels und bestimmen Sie die Koordinaten der anderen beiden Eckpunkte B und D der Würfelseitenfläche $ABCD$.
- Berechnen Sie die Koordinaten der übrigen Eckpunkte E, F, G und H von einem der möglichen Würfel.

Aufgabe 2: Vektorgeometrie (6 Punkte)

Gegeben ist die Kugel K mit der Gleichung $(x-5)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

- Berechnen Sie den Radius und die Koordinaten des Mittelpunktes des Schnittkreises $K \cap \Pi_1$ (Π_1 ist die xy -Ebene).
- Legen Sie vom Koordinatenursprung aus diejenigen Tangenten an die Kugel, welche in Π_1 liegen. Bestimmen Sie Parametergleichungen dieser Tangenten.

Aufgabe 3: Komplexe Zahlen und Funktionen (9 Punkte)

Gegeben ist die komplexe Funktion $f: z \rightarrow w = f(z) = \frac{2i}{z}$ [$z = x + iy$, $w = u + iv$]

- Bestimmen Sie die Fixpunkte von f in Normalform.
- Welches ist das Bild der Gerade $y = x$? (1. Winkelhalbierende der z -Ebene)
- Welche Punktmenge wird auf die Gerade $v = 1$ der w -Ebene abgebildet? Zeichnen Sie diese Punktmenge in die z -Ebene ein.

Aufgabe 4: Differentialgleichung (5 Punkte)

Bestimmen Sie durch eine geeignete Methode die allgemeine Lösung $y = f(x)$ der Differentialgleichung $\frac{y'}{y'+y} + e^x = 0$

Die desolve-Funktion des Taschenrechners darf dabei nicht benützt werden.

Aufgabe 5: Gravitation (6 Punkte)

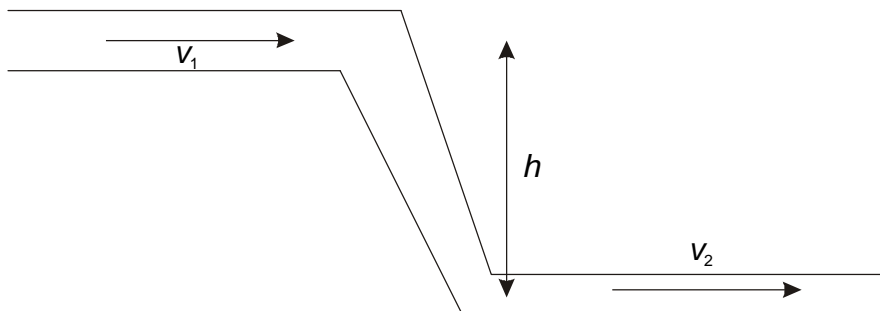
Ein antriebsloser Satellit der Masse $1'600\text{kg}$ umläuft die Erde auf einer Kreisbahn in $2'400\text{ km}$ Höhe über der Erdoberfläche.

- Mit welcher Kraft wird der Satellit von der Erde angezogen?
- Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Satelliten. Leiten Sie die zur Berechnung der Geschwindigkeit verwendete Formel her.
- Wie viel Energie musste dem Satelliten insgesamt zugeführt werden, um ihn von der Erde aus auf diese Umlaufbahn zu bringen?

Aufgabe 6: Strömungen (4 Punkte)

In einer Wasserleitung mit einem Durchmesser von 5cm fließt Wasser mit einer Geschwindigkeit von $v_1 = 3.5\text{m/s}$. Der Druck beträgt dort 2.4 bar . Die Leitung führt nun in den Keller ($h = 3.5\text{m}$ tiefer), wo die Leitung noch einen Durchmesser von 3cm hat.

Wie gross sind dort die Strömungsgeschwindigkeit v_2 und der Druck p_2 in der Leitung?

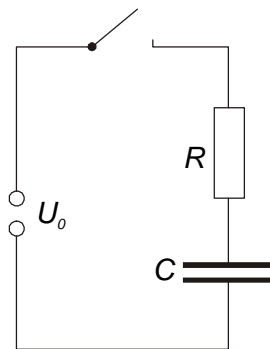


Aufgabe 7: Differentialgleichungen, Wechselstromkreise (11 Punkte)

Geben Sie in dieser Aufgabe den Lösungsweg detailliert an!

Ein Kondensator der Kapazität $C = 5\mu\text{F}$ und ein ohmscher Widerstand $R = 2'000\Omega$ sind über einen Schalter an eine Spannungsquelle geschaltet.

- a) Die Spannungsquelle liefert zunächst eine Gleichspannung vom Betrag $U_0 = 12\text{V}$. Zu Beginn ist der Kondensator entladen und der Schalter geöffnet. Wie gross ist die Ladung im Kondensator, die Teilspannung über dem Kondensator und die Stromstärke im Stromkreis 0.02s nach dem Schliessen des Schalters?



- b) Anstelle einer Gleichspannung liefert die Spannungsquelle nun eine Wechselspannung $U(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ mit Scheitelwert $\hat{U} = 12\text{V}$ und Kreisfrequenz $\omega = 200\text{s}^{-1}$. Der Schalter ist geschlossen. Berechnen Sie den Scheitelwert \hat{I} der Stromstärke im Stromkreis.

Aufgabe 8: Kernphysik (9 Punkte)

- a) Berechnen Sie die Bindungsenergie pro Nukleon des instabilen Nuklids Iod-131 (I-131).
b) Welches Nuklid entsteht nach dem Zerfall? Schreiben Sie die vollständige Zerfallsgleichung auf.

Das Bundesamt für Gesundheit hat als Grenzwert für I-131 eine Aktivität von 500Bq pro Liter Trinkwasser festgelegt.

- c) Wie viele I-131-Nuklide darf ein Liter Wasser demnach höchstens enthalten? Welcher Masse I-131 entspricht dies?
d) Ein mit Iod-131 verseuchter Liter Wasser hat zu einem bestimmten Zeitpunkt eine Aktivität von 2300Bq. Nach welcher Zeit ist die Aktivität auf 500Bq abgesunken?