

## Lösungen Aufgabenblatt Aussagenlogik - Mengenlehre 2

1. Vereinfache mit Logikkalkül. Zeige dann mit der Wahrheitstafel, dass die gegebene Aussagenverknüpfung mit Deinem Resultat äquivalent ist.

- a)  $\neg(a \vee \neg b) = \neg a \wedge b$       b)  $\neg(\neg a \vee \neg b) = a \wedge b$   
c)  $(a \vee b) \wedge \neg b = a \wedge \neg b$     d)  $(a \wedge b) \wedge \neg(b \vee a) = n$

2. a) - d) Schreibe die vier Aussagenverknüpfungen der Theorie, Kap. 3, Beispiele a) - d) der Subjunktion nur mit den Zeichen  $\neg$  und  $\vee$  und gib sie in einem deutschen Satz an.

e) Schreibe  $a \leftrightarrow b$  nur mit  $\vee$ ,  $\wedge$  und  $\neg$ . (Verwende das Resultat von Aufgabe 7a); vergleiche auch Theorie, Kapitel 3, Beispiel 5).

- a)  $a \rightarrow b = \neg a \vee b$   
b)  $b \rightarrow a = \neg b \vee a$   
c)  $b \rightarrow c = \neg b \vee c$   
d)  $b \rightarrow \neg a = \neg b \vee \neg a$   
e)  $a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a) = (\neg a \vee b) \wedge (\neg b \vee a) = \dots = (\neg a \wedge \neg b) \vee (a \wedge b)$

3. Sind die folgenden Aussagenverknüpfungen logisch äquivalent? Beweise mit Logikkalkül und Wahrheitstafel.

- a)  $\neg(a \rightarrow b)$      $a \wedge \neg b$       Ja, denn  $\neg(\neg a \vee b) = a \wedge \neg b$   
b)  $\neg a \rightarrow b$      $a \vee b$       Ja, denn  $\neg\neg a \vee b = a \vee b$

4. p und q sind zusammengesetzte Aussagen. Vergleiche  $p = q$  mit  $p \leftrightarrow q$ . Verwende dabei auch den Begriff der Tautologie.

- 1)  $p = q$  ist Tautologie  
2)  $p \leftrightarrow q$  ist nur wahr, wenn beide Aussagen wahr oder beide Aussagen falsch sind

5. Vereinfache:

- a)  $\neg(a \leftrightarrow b) = a \underline{\vee} b$     b)  $a \wedge b \rightarrow (a \leftrightarrow b) = \neg(a \wedge b) \vee ((\neg a \wedge \neg b) \vee (a \wedge b)) = e$   
c)  $a \rightarrow b \vee \neg(a \leftrightarrow \neg b) = \neg a \vee (b \vee (a \underline{\vee} \neg b)) = (\neg a \vee b) \vee (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b) =$   
 $= (\neg a \vee b) \vee (((a \wedge b) \vee \neg a) \wedge ((a \wedge b) \vee \neg b)) = (\neg a \vee b) \vee ((\neg a \vee b) \wedge (a \vee \neg b)) =$   
 $= a \rightarrow b$   
(oder einfacher mit Wahrheitstafel !)

6. Ist  $(a \rightarrow b) \rightarrow (b \rightarrow a)$  eine Tautologie?

Nein! (Wahrheitstafel)

7. Beweise mit der Wahrheitstafel:

Die folgenden Aussagenverknüpfungen sind Tautologien (d.h. bei a) und b) steht das "=" - Zeichen zu Recht).

a)  $a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$

b)  $a \rightarrow b = \neg b \rightarrow \neg a$  "Kontraposition"

c)  $(a \rightarrow b) \wedge a \rightarrow b$  "modus ponens (Abtrennungsregel)"

Gib für a) bis c) je ein Beispiel an.