Lösungen Aufgabenblatt Aussagenlogik - Mengenlehre 6

1a) (1) Zu jeder natürlichen Zahl n existiert eine natürliche Zahl m, so dass n+m=5 ist.
(2) Es gibt eine natürliche Zahl m, so dass für jede natürliche Zahl n gilt: m<n+1.
(3) Zu jeder natürlichen Zahl n existiert eine natürliche Zahl m, so dass m<n+1 ist.
(4) Es gibt zwei natürliche Zahlen n und m, so dass 2n + m = 8 ist.
(5) Zu jeder natürlichen Zahl n existiert eine rationale Zahl x, so dass $n = x^2$ ist.
(6) Es gibt eine rationale Zahl x, so dass für jede natürliche Zahl n gilt: $n = x^2$.

b)c) (1) $\exists\, n \in \mathbb{N}\ \forall\, m \in \mathbb{N}:\ n + m \neq 5$ wahr (n=5)

(2) $\forall\, m \in \mathbb{N}\ \exists\, n \in \mathbb{N}:\ m \geq n + 1$ falsch (m=1)

(3) $\exists\, n \in \mathbb{N}\ \forall\, m \in \mathbb{N}:\ m \geq n + 1$ falsch (m=1)

(4) $\forall\, n \in \mathbb{N}\ \forall\, m \in \mathbb{N}:\ 2n + m \neq 8$ falsch (n=2,m=4)

(5) $\exists\, n \in \mathbb{N}\ \forall\, x \in \mathbb{Q}:\ n \neq x^2$ wahr (n=2)

(6) $\forall\, x \in \mathbb{Q}\ \exists\, n \in \mathbb{N}:\ n \neq x^2$ falsch (n=1)

2a) (1) $\exists\, x \in \mathbb{Q}:\ \neg(x > 5 \rightarrow 2x + 3 > -1) = \exists\, x \in \mathbb{Q}:\ (x > 5 \wedge 2x + 3 \leq -1)$

(2) $\exists\, x \in \mathbb{Q}:\ (x^2 = -1 \wedge x \neq 2 \wedge x \neq -2)$

(3) $\exists\, x \in \mathbb{Q}:\ (x^2 = 1 \wedge x \neq 1 \wedge x \neq -1)$

(4) $\exists\, x \in \mathbb{Q}:\ ((x > 2 \wedge -x \leq -2) \vee (x \leq 2 \wedge -x > -2)) = \exists\, x \in \mathbb{Q}:\ ((x > 2) \vee (x < 2))$

(5) $\forall\, n \in \mathbb{N}\ \exists\, x \in \mathbb{Q}:\ (x > n \wedge x \leq n^2)$

b) (1) bis (3): Ursprüngliche Aussagen sind wahr
(4) Negat ist wahr (z.B. x = 2.5)
(5) Ursprüngliche Aussage ist wahr (Negat falsch für z.B. n=1)

3a) Viereck ist Quadrat $\Rightarrow$ Viereck hat gleich lange Seiten
a(x):= alle Seiten des Vierecks x sind gleich lang; M=Menge aller Quadrate
$\forall\, x \in M: a(x)$

b) bis d): Analog