

Aufgabenblatt Aussagenlogik - Mengenlehre 3

1. Bestimme die Erfüllungsmenge der folgenden zusammengesetzten Aussageformen.
Für a) bis d): $G = \mathbb{Z}$, sonst $G = \mathbb{Q}$.

- a) x ist gerade und ist Primzahl.
- b) y ist Quadratzahl und ist kleiner als 100.
- c) z ist Teiler von 15 oder ist Teiler von 24.
- d) $x \in \mathbb{N} \wedge x < -1$
- e) $x \in \mathbb{Q}^+ \vee x \in \mathbb{Q}^-$
- f) $3x + 4 = 0$
- g) $8x + 2x = x$
- h) $x + 1 < 4$
- i) $x + 7 = 7 + x$
- j) $x(x + 1)(x + 2) = 0$

2. Bestimme die Erfüllungsmenge der Aussageformen a(x) bis d(x) und gib dann die Erfüllungsmengen der angegebenen Aussageformenverknüpfungen an. Grundmenge $G = \mathbb{N}$.

- a(x): x ist ganzzahliges Vielfaches von 3
- b(x): x ist zweistellige Quadratzahl.
- c(x): x ist das Doppelte einer einstelligen Primzahl.
- d(x): $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- a) $a(x) \wedge b(x)$
- b) $b(x) \wedge c(x)$
- c) $b(x) \vee c(x)$
- d) $b(x) \vee d(x)$
- e) $\neg(a(x) \wedge b(x))$
- f) $\neg a(x) \wedge b(x)$
- g) $\neg(b(x) \vee c(x))$
- h) $b(x) \vee \neg c(x)$

3. Vgl. Theorie, B5., Beispiel 6. A und B seien Mengen.
Beweise mit Mengendiagramm und Mengenlehrgesetzen:

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$$

Dabei gilt: \bar{A} : Komplement von A

$$\frac{A \setminus B = A \cap \bar{B}}{A \cap B = \overline{\bar{A} \cup \bar{B}}} \quad (\text{de Morgan})$$

4. Setze die richtigen Pfeile: $\Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow$

- a) $x(x + 6) = 0$
- b) x ist älter als y
- c) $x < z$
- d) x ist teilbar durch 6
- e) $x < z$
- $x(x + 3)(x + 6) = 0$
- x ist Vater von y
- $x < y < z$
- x ist teilbar durch 3 und 2
- $z > x$

5. Ersetze in 4b),c) die Variablen durch Elemente aus einer Grundmenge G , so dass die drei massgebenden Zeilen der Wahrheitstafel für \rightarrow ersichtlich werden.
(für 4c): $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ bzw. $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$)

Aufgabenblatt Aussagenlogik - Mengenlehre 4

1. Setze die richtigen Pfeile: \Rightarrow , \Leftarrow , \Leftrightarrow

(auch zwischen Aussagen, wenn die entsprechenden Pfeile \rightarrow , \leftarrow und \leftrightarrow eine wahre Aussage liefern).

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------|--|
| a) y ist durch 8 und 9 teilbar | y ist durch 36 teilbar | $G = \mathbb{N}$ |
| b) 12 ist durch 4 und 3 teilbar | 12 ist durch 3 teilbar | |
| c) 16 ist durch 5 und 2 teilbar | 16 ist durch 2 teilbar | |
| d) 16 ist durch 2 teilbar | 16 ist durch 5 teilbar | |
| e) x ist gerade | x^2 ist gerade | $G = \mathbb{N}$ |
| f) Die el. Lampe brennt | Die Sicherung ist intakt | |
| g) A schuldet B Fr. 5.- | A schuldet B Fr. 6.- | |
| h) Man sieht die Sonne nicht | Es ist Nacht. | |
| i) $xy < 4$ | $x < 2 \wedge y < 2$ | $G = \mathbb{Q}^+ \times \mathbb{Q}^+$ |

2. Bestimme die Erfüllungsmengen der folgenden Aussageformen

(Variable: heute; morgen und gestern sind abhängig von heute)

$G = \{\text{Mo, Di, Mi, Do, Fr, Sa, So}\}$

- Wenn heute Mittwoch ist, ist morgen Sonntag.
- Wenn heute Donnerstag ist, war gestern Mittwoch.
- Wenn heute Sonntag ist, ist am 1. Januar Neujahr.
- Wenn gestern Freitag war, ist heute Sonntag.

Für welche Aussageformen gilt \Rightarrow ?

3. Formuliere mit "notwendiger" und "hinreichender" Bedingung.

- In einem Quadrat sind alle vier Seiten gleich lang.
- Sind die Höhen eines Dreiecks gleich lang, dann ist es gleichschenkelig.
- Eine durch 18 teilbare natürliche Zahl ist durch 9 und durch 3 teilbar.
- Dann und nur dann ist ein Viereck ein Rhombus, wenn sich seine Diagonalen halbieren und senkrecht aufeinander stehen.

4. Bilde zu den Sätzen bei 3a) bis c)

- die Umkehrung (Gilt eine der Umkehrungen?)
- die Kontraposition (vgl. Aufgabenblatt 2, Nr. 7b))