Umkehrfunktionen von Potenzfunktionen

Die Potenzfunktionen sind nicht immer auf der ganzen Definitionsmenge umkehrbar. Teilweise muss daher eine Aufteilung der Definitionsmenge vorgenommen werden.

Aufgabe 1

$y = f(x) = 2(x + 4)^{-0.5} + 2$ $\qquad D_f =]-4, \rightarrow[\quad W_f =]2, \rightarrow [$

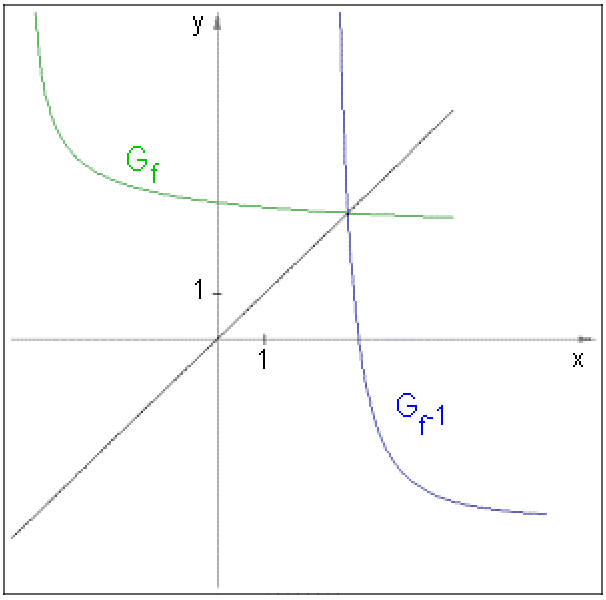
f ist auf ganz D_f injektiv (1-1-deutig); eine Aufteilung ist also nicht nötig.

für f^{-1}:

$x = 2(y + 4)^{-0.5} + 2$
$0.5(x – 2) = (y + 4)^{-0.5}$
$y + 4 = 4 (x – 2)^{-2}$

$\mathbf{y = f^{-1}(x) = - 4 + 4(x – 2)^{-2}}$ $\qquad D_{f^{-1}} = W_f \ , \ W_{f^{-1}} = D_f$

Bem.: Die Definitionsmenge von f^{-1} ist also im Vergleich zur maximal möglichen eingeschränkt. Würde man die Funktion $y = g(x) = - 4 + 4(x – 2)^{-2}$ vorgeben, so wäre $D_g = \mathbb{R} \setminus \{2\}$



Aufgabe 2

$y = f(x) = 0.5(x-4)^3 - 1$ $\qquad\qquad$ $D_f = W_f = \mathbb{R}$

Obwohl die Funktion f hier injektiv ist, schränken wir aus Gründen der Definition der Wurzelfunktionen die Definitionsmenge ein:

$D_{f1} =]\leftarrow, 4]$, $W_{f1} =]\leftarrow, -1]$ $\qquad\qquad$ $D_{f2} = [4, \rightarrow[$, $W_{f2} = [-1, \rightarrow[$

für f^{-1}: $\qquad$ $x = 0.5\,(y-4)^3 - 1$

$\qquad\qquad\qquad$ $2(x+1) = (y-4)^3$

$y = f_1^{-1}(x) = 4 - \sqrt[3]{-2(x+1)}$ $\qquad\qquad$ $y = f_2^{-1}(x) = 4 + \sqrt[3]{2(x+1)}$

$D_{f1^{-1}} = W_{f1}$, $W_{f1^{-1}} = D_{f1}$ $\qquad\qquad$ $D_{f2^{-1}} = W_{f2}$, $W_{f2^{-1}} = D_{f2}$