

Umkehrfunktionen der quadratischen Funktionen

Die quadratischen Funktionen sind nicht auf der ganzen Definitionsmenge $D = \mathbb{R}$ umkehrbar. Die Abszisse des Scheitelpunktes bestimmt die Aufteilung der Definitionsmenge.

Aufgabe 1

$$y = f(x) = 0.5x^2 \quad D_f = \mathbb{R}, \text{ Scheitelpunkt } S(0/0), W_f = \mathbb{R}_0^+$$

$$D_{f_1} = \mathbb{R}_0^+, W_{f_1} = W_f$$

$$D_{f_2} = \mathbb{R}_0^-, W_{f_2} = W_f$$

für f^{-1} :

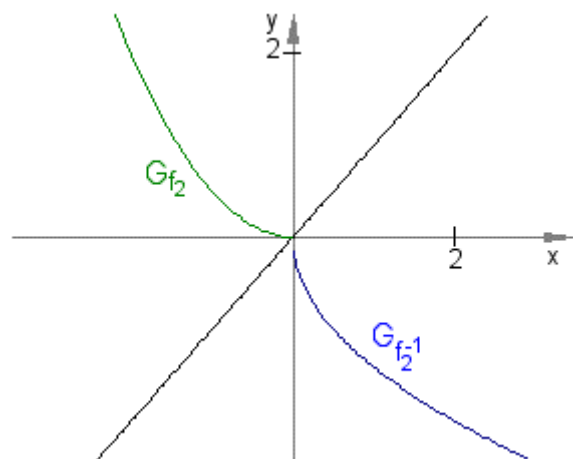
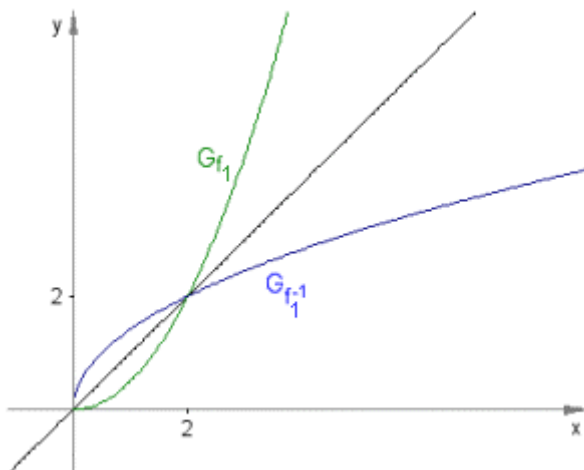
$$\begin{aligned} x &= 0.5y^2 \\ y^2 &= 2x \\ |y| &= \sqrt{2x} \end{aligned}$$

$$y = f_1^{-1}(x) = \sqrt{2x}$$

$$y = f_2^{-1}(x) = -\sqrt{2x}$$

$$D_{f_1^{-1}} = W_{f_1}, \quad W_{f_1^{-1}} = D_{f_1}$$

$$D_{f_2^{-1}} = W_{f_2}, \quad W_{f_2^{-1}} = D_{f_2}$$



Aufgabe 2

$$y = f(x) = 4 - x^2 \quad D_f = \mathbb{R}, \text{ Scheitelpunkt } S(0/4), W_f =] \leftarrow, 4]$$

$$D_{f_1} = \mathbb{R}_0^+, W_{f_1} = W_f$$

$$D_{f_2} = \mathbb{R}_0^-, W_{f_2} = W_f$$

für f^{-1} :

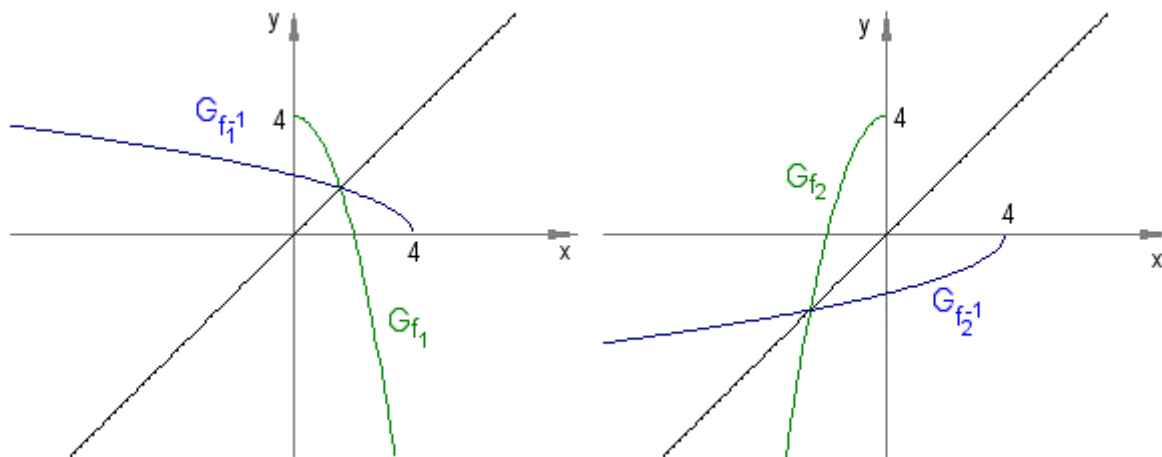
$$\begin{aligned} x &= 4 - y^2 \\ y^2 &= 4 - x \\ |y| &= \sqrt{4 - x} \end{aligned}$$

$$y = f_1^{-1}(x) = \sqrt{4 - x}$$

$$y = f_2^{-1}(x) = -\sqrt{4 - x}$$

$$D_{f_1^{-1}} = W_{f_1}, \quad W_{f_1^{-1}} = D_{f_1}$$

$$D_{f_2^{-1}} = W_{f_2}, \quad W_{f_2^{-1}} = D_{f_2}$$



Aufgabe 3

$$y = f(x) = (x - 3)^2 \quad D_f = \mathbb{R}, \text{ Scheitelpunkt } S(3/0), W_f = \mathbb{R}_0^+$$

$$D_{f_1} = [3, \rightarrow [, W_{f_1} = W_f$$

$$D_{f_2} =] \leftarrow , 3], W_{f_2} = W_f$$

für f^{-1} :

$$x = (y - 3)^2$$

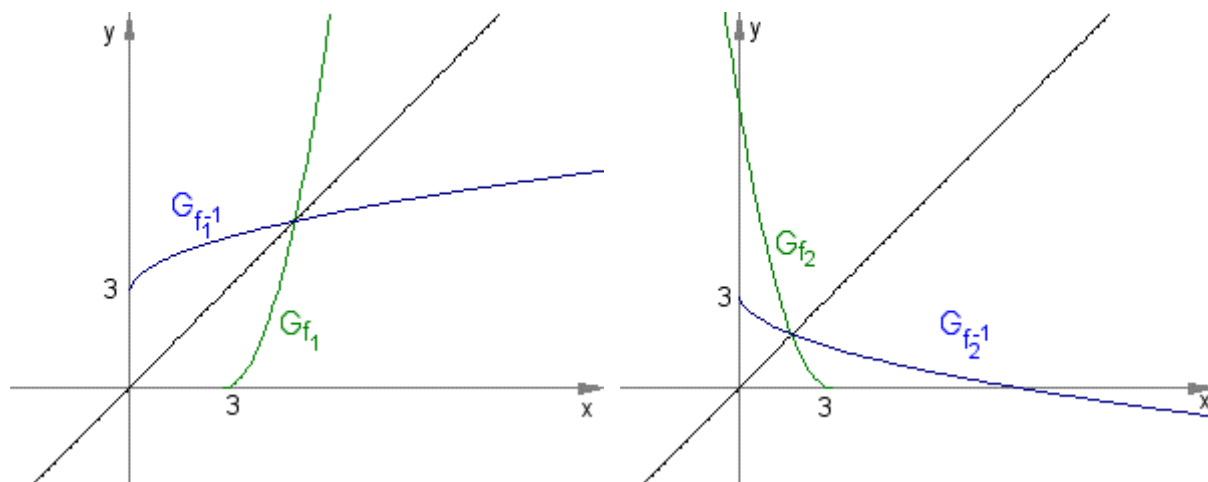
$$|y - 3| = \sqrt{x}$$

$$y = f_1^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x}$$

$$y = f_2^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x}$$

$$D_{f_1^{-1}} = W_{f_1}, \quad W_{f_1^{-1}} = D_{f_1}$$

$$D_{f_2^{-1}} = W_{f_2}, \quad W_{f_2^{-1}} = D_{f_2}$$



Aufgabe 4

$$y = f(x) = 0.5x^2 + x - 0.5 \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$\text{für Scheitelpunkt: } y = 0.5(x^2 + 2x) - 0.5 = 0.5((x + 1)^2 - 1) - 0.5 = 0.5(x + 1)^2 - 1$$

$$S(-1/-1), W_f = [-1, \rightarrow [$$

$$D_{f_1} = [-1, \rightarrow [, W_{f_1} = W_f$$

$$D_{f_2} =] \leftarrow , -1], W_{f_2} = W_f$$

für f^{-1} :

$$x = 0.5(y + 1)^2 - 1$$

$$(y + 1)^2 = 2(x + 1)$$

$$|y + 1| = \sqrt{2(x + 1)}$$

$$y = f_1^{-1}(x) = -1 + \sqrt{2(x + 1)}$$

$$y = f_2^{-1}(x) = -1 - \sqrt{2(x + 1)}$$

$$D_{f_1^{-1}} = W_{f_1}, \quad W_{f_1^{-1}} = D_{f_1}$$

$$D_{f_2^{-1}} = W_{f_2}, \quad W_{f_2^{-1}} = D_{f_2}$$

