TEST Analysis: Grundlagen, Grenzwert , Stetigkeit 03/04 5b-S1.P2

1. Skizziere den Graphen von $y = f(x) = |x + 3| + |2x - 2|$

2. Gib die Definitions- und Wertemenge folgender Funktionen an:

a) $y = \lg \frac{1}{5x+3}$ b) $y = \frac{1}{\operatorname{sgn}(x^2 - 7)}$ c) $y = \sqrt{x^2 + x - 6}$

3. Berechne die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{4x^3 - 7}{(1-2x)^3}$ b) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 + x^2 + 2x + 2}$ c) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{x}$

4. Sind die Folgen (a_n) konvergent, bestimmt divergent oder divergent?

a) $a_n = 2 - (-1)^n$ b) $a_n = \lg (n+1)^2 - 2 \lg (10n + 3)$

Hinweis zu b): Schreibe zuerst a_n mit Hilfe der Logarithmengesetze mit **einem** Logarithmus.

5. Ergänze zuerst und beweise dann mit Epsilontik:

a) $\frac{2\sqrt{x} - 9}{\sqrt{x} + 7} \to \ ? \quad (x \to \infty)$ b) $\lim\limits_{x \to -2} (3x + 2) = \ ?$

6. Stetigkeit bei x_0. Welcher der vier möglichen Fälle (stetig, unstetig, stetig fortsetzbar oder nicht stetig fortsetzbar) trifft jeweils zu? Die Antwort ist kurz zu begründen!

a) $f(x) = \begin{cases} x^{-2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, $x_0 = 0$ b) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3} & x \neq 3 \\ 1 & x = 3 \end{cases}$, $x_0 = 3$

c) $f(x) = x^{\frac{-1}{2}}$, $x_0 = 10^{-15}$ d) $f(x) = \frac{x^2 + x}{|x|}$, $x_0 = 0$

7. Bestimme a so, dass f stetig ist: $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & x < 1 \\ x^2 + a & x \geq 1 \end{cases}$