

## Aufgabenblatt Differentialgleichungen 1

1. Löse die folgenden Differentialgleichungen:

a)  $xy' + y = x \cos x$

c)  $y' \cos x + y \sin x = 1$

e)  $y' = -2x + 2y + 1$

b)  $xy' + 3y + 2x^5 = 0$

d)  $y' = 3x + y + 2$

f)  $y' = \sin 2x - y \tan x$

2. Bei einer Rakete mit konstanter Ausströmgeschwindigkeit  $w$  ist die Geschwindigkeit  $v = f(m)$  eine Funktion der Masse  $m$ , wobei die DGL  $m f'(m) = -w$  gilt.  
(Raketengleichung)

a) Berechne die Brennschlussgeschwindigkeit  $v_1$  aus den Massen  $m_0$  und  $m_1$  zu Beginn bzw. am Ende der Brenndauer. ( $v_0 = f(m_0) = 0$ )

b) Wie viel Prozent der Anfangsmasse kann die Nutzlast höchstens ausmachen, wenn  $w = 3.5 \text{ km/s}$  und  $v_1 = 7.9 \text{ km/s}$ ?

3. Löse die DGL  $\ddot{y} = g - k\dot{y}$  für den freien Fall mit Luftwiderstand auf ( $y = y(t)$ , Anfangsbedingungen  $y = 0$  und  $y' = 0$  für  $t = 0$ ).

4. Berechne den Luftdruck  $p$  als Funktion der Höhe  $h$  (Barometerformel) bei konstanter Temperaturabnahme nach der Differentialgleichung

$$\frac{dp}{dh} = -\frac{g \cdot p}{R(T_0 - a \cdot h)},$$
 wobei  $g$  die Erdbeschleunigung,  $a$  eine Konstante,  $T_0$  absolute

Temperatur auf Meereshöhe und  $R$  die individuelle Gaskonstante der Luft ist.