

Aufgabenblatt Differentialgleichungen 1

1. Löse die folgenden Differentialgleichungen:

a) $xy' + y = x \cos x$

c) $y' \cos x + y \sin x = 1$

e) $y' = -2x + 2y + 1$

b) $xy' + 3y + 2x^5 = 0$

d) $y' = 3x + y + 2$

f) $y' = \sin 2x - y \tan x$

2. Bei einer Rakete mit konstanter Ausströmgeschwindigkeit w ist die Geschwindigkeit $v = f(m)$ eine Funktion der Masse m , wobei die DGL $m f'(m) = -w$ gilt.
(Raketengleichung)

a) Berechne die Brennschlussgeschwindigkeit v_1 aus den Massen m_0 und m_1 zu Beginn bzw. am Ende der Brenndauer. ($v_0 = f(m_0) = 0$)

b) Wie viel Prozent der Anfangsmasse kann die Nutzlast höchstens ausmachen, wenn $w = 3.5 \text{ km/s}$ und $v_1 = 7.9 \text{ km/s}$?

3. Löse die DGL $\ddot{y} = g - k\dot{y}$ für den freien Fall mit Luftwiderstand auf ($y = y(t)$, Anfangsbedingungen $y = 0$ und $y' = 0$ für $t = 0$).

4. Berechne den Luftdruck p als Funktion der Höhe h (Barometerformel) bei konstanter Temperaturabnahme nach der Differentialgleichung

$$\frac{dp}{dh} = -\frac{g \cdot p}{R(T_0 - a \cdot h)},$$
 wobei g die Erdbeschleunigung, a eine Konstante, T_0 absolute

Temperatur auf Meereshöhe und R die individuelle Gaskonstante der Luft ist.