

Aufgabenblatt 2 Differentialgleichungen

1. Gib die Lösungsgesamtheit folgender Differentialgleichungen an.

a) $y'' + 1.6y' + y = 0$

b) $y'' + 2y' - 3y = \cos x$

Bei b) ist zudem die Lösung mit den Anfangsbedingungen $y(0)=1$ und $y'(0)=0$ zu bestimmen.

2. DMK Analysis, Aufgabe 86, Seite 164

Gegeben ist die Differentialgleichung $y'' + ay' = b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$

a) Bestimme die Lösungsgesamtheit mit Hilfe des Ansatzes $u = y'$.

b) Berechne für $a = 1$, $b = -1$ diejenige Lösung, für die $y(0) = 4$ und $y'(0) = 0$ gilt.

3. Numerische Lösung mit TI Voyage.

a) Bestimme numerisch die Lösung der DGL bei 1b) mit den genannten Anfangsbedingungen. Gib $y(1)$ und $y(5)$ an und vergleiche mit der exakten Lösung bei 1b).

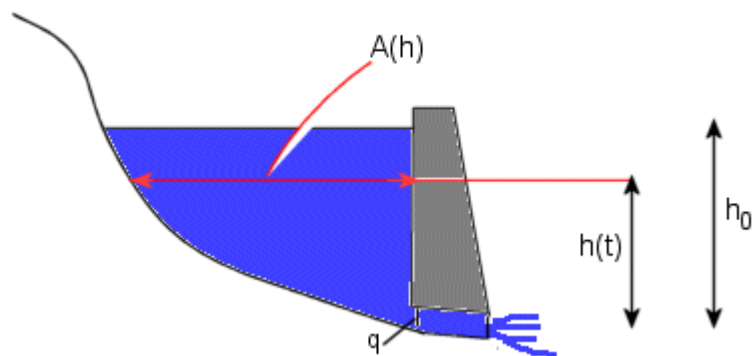
b) Gegeben ist das Differentialgleichungssystem:

$x_1'' + 2x_1 = -x_2$ und $x_2'' - x_2 = 3x_1$ der gesuchten Funktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ mit den Anfangsbedingungen $x_1(0) = 1$, $x_1'(0) = x_2(0) = x_2'(0) = 0$.

Gib $x_1(1)$, $x_2(1)$, $x_1(5)$ und $x_2(5)$ an.

4. DMK Analysis, Aufgabe 81, Seite 162

Das Wasser eines Stausees muss wegen Reparaturarbeiten abgelassen werden.



a) Ermittle den Zusammenhang zwischen der Ausflusszeit t , dem Wasserstand $h(t)$ und dem Inhalt $A(h)$ der Wasseroberfläche und stelle eine Differentialgleichung für $h(t)$ auf. Benutze dabei das Gesetz von Torricelli: Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$

b) Löse die Differentialgleichung unter der Annahme, dass die Uferwände

b1) vertikal sind ($A(h)$ ist eine konstante Funktion)

b2) geradlinig auf den Fuss der Staumauer zugehen ($A(h)$ ist eine lineare Funktion)

b3) parabelförmig auf den Fuss der Staumauer zugehen ($A(h)$ ist eine quadratische Funktion)

In welcher Zeit T ist jeweils der Stausee entleert ($h(T) = 0$)? ($A(h_0) := A_0$)