

## Matura 86, KSR, Wahrscheinlichkeit

Bei einem Spiel mit einem guten Würfel sind Punkte wie folgt zu gewinnen:

Würfelt man eine ungerade Zahl, so gibt es so viele Punkte, wie der Würfel Augen zeigt.

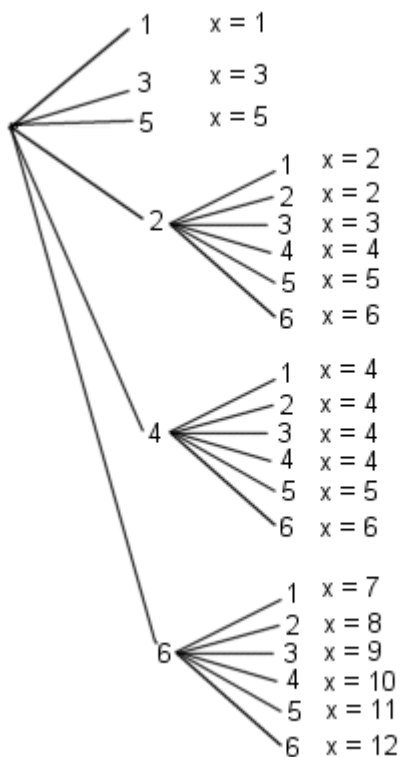
Würfelt man eine gerade Zahl, so darf ein zweites Mal gewürfelt werden:

Ergab der erste Wurf eine 2 oder eine 4, so entspricht die gewonnene Punktzahl der grösseren der in beiden Würfeln geworfenen Augenzahlen. War der erste Wurf eine 6, so bekommt man die Summe der Augenzahlen aus beiden Würfeln zugesprochen.

- Bestimme die Wahrscheinlichkeit, in einem Spiel genau fünf Punkte zu gewinnen.
- ...mindestens fünf Punkte zu gewinnen.
- Man habe nun fünf Punkte gewonnen; wie wahrscheinlich ist, dass man es in einem Wurf geschafft hat?
- Wie viel beträgt der Punktegewinn, den man pro Spiel im Mittel erwarten darf? (Erwartungswert der Zufallsvariablen X, wobei X: Anzahl der gewonnenen Punkte)
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt man in fünf Spielen total höchstens sieben Punkte?

## Lösung

Baumdiagramm: (alle Teilwege mit je 1/6)



$$a) P(x=5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2}{9}$$

$$b) P(x \geq 5) = \frac{2}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{6} = \frac{4}{9}$$

$$c) P(\text{ein Wurf} \mid x=5) = \frac{P(\text{ein Wurf} \cap x=5)}{P(x=5)}$$

$$= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{9}} = \frac{3}{4}$$

d) Verteilung von X

| X    | 1             | 2              | 3              | 4              | 5              | 6              | 7              | 8              | 9              | 10             | 11             | 12             |
|------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| P(x) | $\frac{1}{6}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{7}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{8}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |

Kontrolle: Summe der W'keiten = 1

$$\mu = E(X) = \frac{1}{36} (6 + 4 + 21 + 20 + 40 + 12 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12) = \frac{160}{36} = \frac{40}{9}$$

- e) In 5 Spielen höchstens 7 Punkte:
- 1 + 1 + 1 + 1 + 1, also 1 Möglichkeit
  - 1 + 1 + 1 + 1 + 2, also  $\binom{5}{1} = 5$  Möglichkeiten
  - 1 + 1 + 1 + 2 + 2, also  $\binom{5}{2} = 10$  Möglichkeiten
  - 1 + 1 + 1 + 1 + 3, also  $\binom{5}{1} = 5$  Möglichkeiten

$$P(\text{in 5 Sp höchstens 7 Punkte}) = \left(\frac{1}{6}\right)^5 + 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{18} + 10 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^2 + 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \frac{7}{36} = 0.001236$$