

## Lösungen Aufgabenblatt 2 Differentialgleichungen

1a)  $y'' + 1.6y' + y = 0$        $a=0.8, b=1$

$$a^2 - b = 0.64 - 1 = -0.36 < 0, \text{ also } \omega = 0.6$$

$$y = e^{-0.8x} (C_1 \cos 0.6x + C_2 \sin 0.6x)$$

vgl. TI:  $y = 0.449329^x (\cos 0.6x + \sin 0.6x)$

b)  $y'' + 2y' - 3y = \cos x$       (\*)

homogen:  $a = 1, b = -3, a^2 - b = 4 > 0, \text{ also } \lambda = 2$   
 $y = e^{-x} (C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}) = C_1 e^x + C_2 e^{-3x}$

inhomogen:  $y_0 = \alpha_1 \sin x + \alpha_2 \cos x$

$$y_0' = \alpha_1 \cos x - \alpha_2 \sin x$$

$$y_0'' = -\alpha_1 \sin x - \alpha_2 \cos x$$

eingesetzt in (\*) liefert:

$$-4\alpha_1 - 2\alpha_2 = 0 \text{ und } 2\alpha_1 - 4\alpha_2 = 0, \text{ also } \alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = -0.2$$

**Lösungsgesamtheit:  $y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x} + 0.1 \sin x - 0.2 \cos x$**

$$y' = C_1 e^x - 3C_2 e^{-3x} + 0.1 \cos x + 0.2 \sin x$$

Mit den Anfangsbedingungen  $y(0)=1$  und  $y'(0)=0$  folgt:

$$C_1 + C_2 - 0.2 = 1 \text{ und } C_1 - 3C_2 + 0.1 = 0, \text{ also } C_1 = \frac{7}{8} \text{ und } C_2 = \frac{13}{40}$$

$$y = \frac{7}{8} e^x + \frac{13}{40} e^{-3x} + 0.1 \sin x - 0.2 \cos x$$

2a)  $y = f(x) = \frac{b}{a}x - C_1 \frac{1}{a} e^{-ax} + C_2$       b)  $y = f(x) = -x - e^{-x} + 5$

3a)  $y_1 := y, y_1' = y' = y_2, y_1'' = y_2' = -2y_2 + 3y_1 + \cos t$

$$y_{i1} = 1, y_{i2} = 0.$$

Mit TI Voyage, TABLE folgt  **$y(1) \approx 2.3698, y(5) \approx 129.36$**

Vergleich mit den 'exakten' Resultaten als Folge von 1b):

$$y(1) \approx 2.37076, y(5) \approx 129.709$$

b)  $y_1 = x_1, y_1' = x_1' = y_2, y_3 = x_2, y_3' = x_2' = y_4$

$$y_1'' = y_2' = -2y_1 - y_3, y_3'' = y_4' = 3y_1 + y_3, y_{i1} = 1, \text{ sonst alle } y_{i...} = 0$$

$$\text{Resultate: } x_1(1) \approx 0.04259, x_2(1) \approx 1.376, x_1(5) \approx 7.4604, x_2(5) \approx -19.48$$

4. s. <http://www.mathematik.ch/klasse6/Stausee.pdf>