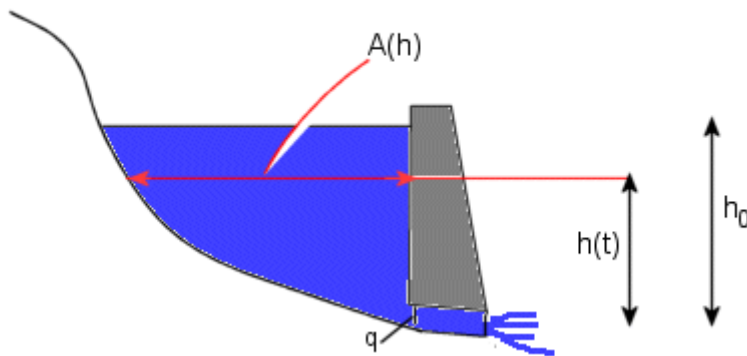


## Entleerung eines Stausees (aus DMK Analysis, Aufgabe 81, Seite 162)

Das Wasser eines Stausees muss wegen Reparaturarbeiten abgelassen werden.



- Ermittle den Zusammenhang zwischen der Ausflusszeit  $t$ , dem Wasserstand  $h(t)$  und dem Inhalt  $A(h)$  der Wasseroberfläche und stelle eine Differentialgleichung für  $h(t)$  auf. Benutze dabei das Gesetz von Torricelli: Geschwindigkeit  $v = \sqrt{2gh}$
- Löse die Differentialgleichung unter der Annahme, dass die Uferwände
  - vertikal sind ( $A(h)$  ist eine konstante Funktion)
  - geradlinig auf den Fuss der Staumauer zugehen ( $A(h)$  ist eine lineare Funktion)
  - parabelförmig auf den Fuss der Staumauer zugehen ( $A(h)$  ist eine quadratische Funktion)
 In welcher Zeit  $T$  ist jeweils der Stausee entleert ( $h(T) = 0$ ) ?

## Lösung

- Gleiches Wasservolumen in der Zeit  $dt$ :  $-A(h) dh = q ds = q v(t) dt$

Also gilt:  $-A(h) dh = q \sqrt{2gh} dt = q \sqrt{2g} \sqrt{h} dt$

Die Gleichung für die gesuchte Funktion  $h(t)$  lautet also in separierter Form:

$$\frac{A(h)}{\sqrt{h}} dh = -k dt, \text{ wobei } k = q \sqrt{2g} \text{ ist}$$

- $h_0 = h(0), A_0 = A(h_0)$

$$\text{b1) } A(h) = A_0 \quad \dots(\text{selber}) \quad t = \frac{2A_0}{k} (\sqrt{h_0} - \sqrt{h}) \quad T = \frac{2A_0}{k} \sqrt{h_0}$$

$$\text{b2) } A(h) = \frac{A_0}{h_0} h \quad \dots \quad t = \dots \quad T = \frac{2A_0}{3k} \sqrt{h_0}$$

$$\text{b3) } A(h) = \frac{A_0}{h_0^2} h^2 \quad \dots \quad t = \dots \quad T = \frac{2A_0}{5k} \sqrt{h_0}$$