

Differentialgleichungen in der Physik: Vermischte Übungen

Aufgabe 1

Eine Feuerwerksrakete der Masse 200g wird gezündet und senkrecht nach oben gestartet. Dabei entwickelt sie eine konstante Schubkraft von 6N. Die Brenndauer sei 2.5s. Es wirkt zudem eine zur Geschwindigkeit proportionale Luftreibungskraft $F_R = -k \cdot v$ mit $k = 0.1 \text{Ns/m}$.

- Berechnen Sie Höhe und Geschwindigkeit der Rakete am Ende der Brenndauer.
- Wegen einer Fehlkonstruktion explodiert die Rakete am Ende der Brenndauer nicht sondern fliegt (ohne Schub) weiter. Berechnen Sie die maximale Höhe, welche die Rakete erreicht. Wenn Sie die Teilaufgabe a) nicht gelöst haben, so verwenden Sie folgende Werte als Resultate von a): $s_0 = 53.2\text{m}$, $v_0 = 36.9\text{m/s}$.
Tipp: Berechnen Sie erst die Flugdauer bis zum höchsten Punkt! Was gilt dort für die Geschwindigkeit der Rakete?

Hinweis: $g = 10\text{m/s}^2$

Aufgabe 2

Ein Körper der Masse $m = 0.2\text{kg}$ hängt an einer Feder mit der Federkonstanten $D = 8\text{N/m}$. Er befindet sich in einer Flüssigkeit, so dass auf ihn eine zur Geschwindigkeit proportionale Reibungskraft wirkt: $F_R = -k \cdot v$ mit $k = 0.3\text{Ns/m}$.

- Der Körper wird um 8cm (nach oben) aus der Ruhelage ausgelenkt und in Ruhe losgelassen. Berechnen Sie die Schwingungsdauer des Körpers.
- Nach welcher Zeit ist die Amplitude auf den 10. Teil ihres Anfangswertes gesunken?
- Berechnen Sie die Position des Körpers zum Zeitpunkt $t = 3\text{s}$ nach dem Loslassen.
Tipp: Bestimmen Sie die Integrationskonstanten \hat{s}_1 und \hat{s}_2 aus den gegebenen Anfangsbedingungen!
- Der Körper wird nun durch eine zusätzliche Kraft harmonisch angeregt: $F_A = \hat{F}_A \cdot \sin(\omega_E \cdot t)$ mit der Amplitude $\hat{F}_A = 0.5\text{N}$ und der Erregerkreisfrequenz $\omega_E = 4\text{s}^{-1}$. Berechnen Sie die Amplitude der Schwingung, welcher der Körper (nach einiger Zeit) ausführt.

Aufgabe 3

In einem Glasgefäß werden 0.8Liter Wasser mit einem Tauchsieder der Leistung 800W erhitzt.

- Stellen Sie die Differentialgleichung für die Temperatur $T(t)$ des Wassers auf.
- Nach welcher Zeit nach dem Einschalten siedet das Wasser?

Daten:

Gesamte Oberfläche des Wassers:	$A = 0.1\text{m}^2$
Wärmedurchgangszahl des Glases:	$k = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$
Spezifische Wärmekapazität des Wassers:	$c_w = 4000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Anfangstemperatur des Wassers:	$T_0 = 10^\circ\text{C}$
Ausstemperatur:	$T_A = 20^\circ\text{C}$

