

Wahrscheinlichkeit: Aufgabenblatt 5

1. Gegeben ist folgende Verteilung der Zufallsvariablen X:

x	6	8	9	10
p	0.4	0.1	0.2	0.3

Berechne den Erwartungswert $\mu = E(X)$, die Varianz $\sigma^2 = \text{Var}(X)$ und die Standardabweichung σ .

2. Man würfelt gleichzeitig mit zwei Würfeln.

Zufallsvariable $X :=$ Augensumme in einem Wurf.

- Wie lautet die Verteilung von X?
- Wie viele Punkte erwartet man im Mittel?
- Bestimme Varianz und Standardabweichung von X.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, in fünf Würfeln höchstens zweimal genau acht Punkte zu würfeln?
- W'keit, in einem Wurf mindestens 8 Punkte zu würfeln?
- W'keit, in 5 Würfeln höchstens dreimal mindestens 8 Punkte zu würfeln?

3. Man würfelt mit einem Würfel so lange, bis eine '6' erscheint, höchstens aber sechsmal.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Würfe in diesem Spiel an.

Gib die Verteilung und den Erwartungswert von X an.

(Interpretation des Erwartungswertes?)

4. Eine Urne enthält 5 weisse und 5 schwarze Kugeln. Es werden nacheinander 4 Kugeln so gezogen, dass nach jedem Zug die Kugel wieder zurückgelegt wird.

$X :=$ Anzahl weisse Kugeln

- Verteilung von X ?
- Erwartungswert und Standardabweichung von X ?
- Histogramm (Staffelbild) der Verteilung ?

5. Eine Münze wird zehnmal geworfen. Berechne die W'keit, genau sechsmal 'Kopf' und viermal 'Zahl' zu erhalten.

6. In einer Bevölkerungsgruppe sind schwarz-, braun-, rothaarige und blonde Menschen vorhanden. Die W'keit, dass ein zufällig ausgewählter Mensch schwarzhaarig ist, beträgt 0.2; für einen braunhaarigen sei sie 0.3, für einen rothaarigen 0.1.

Man wählt nun zufällig sechs Menschen aus. Löse die folgenden Aufgaben durch Approximation mit der Binomialverteilung.

W'keit, dass sich unter den sechs ausgewählten Menschen

- mindestens vier Blonde befinden?
- mindestens ein Rothaariger befindet?

Wahrscheinlichkeit: Aufgabenblatt 6

1. Urs verkehrt mit einem Briefmarkenhändler und glaubt, dass für jede Marke in einer Sendung die W'keit 5% betrage, dass sie beschädigt sei. Er bestellt nun 100 Briefmarken. W'keit, dass
- höchstens eine Marke beschädigt ist?
 - höchstens fünf Marken beschädigt sind?
 - mindestens fünf Marken beschädigt sind?

Gib auch den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsvariablen X : Anzahl beschädigte Marken an.

2. Man erhält eine Lieferung von 100 Stück und weiss, dass darunter etwa 10 Ausschussstücke sind. Man wählt nun zufällig fünf Stück aus und prüft sie. X : Anzahl Ausschussstücke.
Gib die Verteilung an bei
- exakter Berechnung (günstige / mögliche Fälle)
 - Approximation durch die Binomialverteilung. Vergleiche!

3. Fussballmatch A-Dorf gegen B-Dorf. Ein Fussballer glaubt, mit folgenden Voraussetzungen rechnen zu dürfen:
Die Mannschaft von A-Dorf wird 20 Angriffe durchführen. Jeder führt mit W'keit von 10% zu einem Tor. B-Dorf wird ebenfalls 20 Angriffe durchführen. Jeder dieser Angriffe führt aber nur mit 5% zu einem Tor. Die einzelnen Angriffe jeder Mannschaft führen unabhängig voneinander zu einem Tor.
- Stelle in einer Tabelle für beide Mannschaften die W'keiten zusammen, 0, 1, 2, 3 oder vier Tore zu erzielen.
 - Wie gross ist die W'keit von einem 4:0 Sieg von A-Dorf?

4. Roulette: Ein Spieler setzt auf eine der 37 Zahlen 0,1,2,...36 einen Einsatz von e Fr. Hält die Kugel auf dem Feld mit der gesetzten Nummer, so erhält der Spieler vom Croupier $36e$ ausbezahlt (inkl. seinen Einsatz), sonst erhält er nichts. Die Zufallsvariable X stelle den Gewinn und den Verlust des Spielers dar. Berechne den Erwartungswert von X .
Setzt der Spieler auf ein Nummernviereck (z.B. in die gemeinsame Ecke der Felder 5,6,8 und 9), so wird ihm $9e$ ausbezahlt (inkl. seinen Einsatz), falls die Kugel auf einem dieser vier Felder stehenbleibt; sonst erhält er wiederum nichts. Man führe hier die Zufallsvariable Y ein und berechne $E(Y)$.

5. Gegen einen Einsatz von Fr. 2.50 darf man drei Geldstücke (2Fr., 1Fr. und 0.5Fr.) gleichzeitig aufwerfen. Nach dem Wurf kann man jene Münzen behalten, die 'Kopf' zeigen. X := Gewinn.
Gib die Verteilung und den Erwartungswert von X an. Ist das Spiel fair? Wenn nein, wie wäre der Einsatz festzusetzen, damit ein faires Spiel entsteht?